Diskretne strukture UNI
Vaje 2

1. Z uporabo zakonov izjavnega računa utemelji, da so spodnji pari izjavnih izrazov enakovredni:

   (a) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r)$ in $p \Rightarrow (q \Leftrightarrow r)$,

   (b) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \neg q)$ in $\neg p$,

   (c) $p \Rightarrow (q \Rightarrow (r \Rightarrow (p \wedge q)))$ in 1,

   (d) $(p \wedge (q \vee r)) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \neg(q \vee r))$ in 0.

2. Utemelji enakovrednost spodnjih parov izjavnih izrazov:

   (a) $(p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow r) \Rightarrow (q \vee r)$ in 1,

   (b) $p \veebar (p \wedge q)$ in $\neg(p \Rightarrow q)$,

   (c) $(p \wedge q) \veebar (\neg p \wedge r)$ in $(\neg r \vee p) \Rightarrow q \wedge p$.

3. Ali obstaja izjavni izraz I, da bo

   (a) izraz $(p \Rightarrow (I \wedge q)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \Rightarrow I)$ protislovje?

   (b) izraz $(p \Rightarrow (I \wedge q)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \Rightarrow I)$ tavtologija?

   Za vsako možno rešitev poišči vsaj en izraz I.

4. Ali obstaja izjavni izraz I, da bo

   (a) izraz $(p \Rightarrow (I \wedge r)) \Leftrightarrow ((q \vee \neg r) \Rightarrow I)$ tavtologija?

   (b) izraz $(p \Rightarrow (I \wedge r)) \Leftrightarrow ((q \vee \neg r) \Rightarrow I)$ nevtralen?

   Če obstaja, ga poišči!

5. Poišči izjavo I tako, da bo izjava

   $$(p \Rightarrow (q \downarrow r)) \veebar (I \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r) \uparrow p)$$

   tavtologija. Dobljeno izjavo čimbolj poenostavi.

6. Poišči izjavna izraza X in Y, ki ima v resničnostni tabeli spodnja stolpca logičnih vrednosti:

   (a) 01000111,

   (b) 01010000.

   Dobljena izraza poenostavi.

7. Kateri izmed spodaj naštetih naborov izjavnih veznikov so polni nabori?

   (a) * $\{\Rightarrow, \wedge\}$

   (b) $\{\Rightarrow, \neg\}$

   (c) $\{\Rightarrow, 0\}$

   (d) * $\{\Rightarrow, \veebar\}$

   (e) * $\{\Leftrightarrow, \wedge\}$

   (f) * $\{\Leftrightarrow, \wedge, 0\}$

   (g) $\{\uparrow\}$

   (h) $\{\downarrow\}$

   (i) * $\{A\}$, kjer je $A(p,q,r) \sim p \Leftrightarrow (\neg q \vee \neg r)$

   (j) * $\{A, 1\}$, kjer je $A(p,q,r) \sim p \Leftrightarrow (\neg q \vee \neg r)$

8. Za tromestni veznik V naj ima $V(p,q,r)$ nasprotno vrednost kot večina od argumentov p,q,r.

   (a) Sestavi resničnostno tabelo za veznik V.

   (b) Poenostavi izraze $V(p,p,p)$, $V(p,p,q)$, in $V(p,q,\neg q)$.

   (c) Pokaži, da samo z veznikoma V in $\neg$ ne moremo izraziti izraza $p \wedge q$ (torej da $\{V,\neg\}$ ni poln nabor).

9. Veznik A je definiran s predpisom $A(p,q,r) \sim (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg r)$.

   (a) Samo z uporabo veznika A enakovredno zapiši izraze 1, $p \wedge q$ in $p \Rightarrow q$.

   (b) Kateri izmed naborov $\{A\}$, $\{A,1\}$, $\{A,0\}$, $\{A,\Rightarrow\}$, $\{A,\veebar\}$ so polni nabori?