Diskretne strukture UNI
Vaje 5

1. Katere izmed formul so med sabo enakovredne in katere ne? Odgovore dobro utemelji!

$$A = \forall y \exists x (P(x) \vee \neg Q(y)) \qquad B = \forall y (\exists x \neg P(x) \vee Q(y))$$

$$C = \exists x (P(x) \Rightarrow \forall y Q(y)) \qquad D = \exists y (P(y) \vee \forall x \neg Q(x))$$

2. Poišči interpretacije, v katerih imajo naslednji pari izjavnih formul nasprotno logično vrednost.

   (a) $\forall x (P(x) \Rightarrow R(x))$, $\exists x (P(x) \Rightarrow R(x))$

   (b) $\forall x (P(x) \Leftrightarrow R(x))$, $\forall x (P(x) \Rightarrow R(x))$

   (c) $\forall x \forall y (P(x) \Rightarrow P(y))$, 0

   (d) $\forall x \forall y (P(x) \Rightarrow P(y))$, 1

3. Katere izmed spodnjih formul so enakovredne?

$$\begin{aligned} A &= \exists x (\forall y P(x,y) \Rightarrow \forall y R(x,y)), \\ B &= \exists x (\forall y P(y,x) \Rightarrow \forall y R(x,y)), \\ C &= \exists x (\forall y P(x,y) \Rightarrow \forall y R(y,x)). \end{aligned}$$

4. Poišči interpretacijo, v kateri imata formuli

$$A = \forall x \exists y (P(x) \Leftrightarrow Q(y)) \quad \text{in} \quad B = \exists y \forall x (P(x) \Leftrightarrow Q(y))$$

   nasprotni logični vrednosti.

5. Ali sta formuli

$$\begin{aligned} A &= \forall z \exists y \, (R(z,y) \vee \forall w \neg R(y,w)), \\ B &= \forall x \exists y R(x,y) \vee \exists x \forall y R(x,y) \end{aligned}$$

   enakovredni? Ali je katera od njiju splošno veljavna?

6. Na množici celih števil $\mathbb{Z}$ je definiran predikat $P(m,n)$. Zanj vemo, da so za vsak par celih števil m in n resnične naslednje izjave:

   P0. $P(0,0)$,

   P1. $P(m,n) \Leftrightarrow P(m,n+2)$,

   P2. $P(m,n) \Leftrightarrow P(m+2,n-1)$,

   P3. $P(m,n) \Leftrightarrow P(m-1,n-1)$.

   Katere od naslednjih izjav so resnične?

   (a) $P(1,1)$,

   (b) $P(2,5)$,

   (c) $\forall m \forall n \, P(m,n)$