Diskretne strukture UNI
Vaje 6

1. Dane so množice $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ in $C = \{0, 1, 4, 5\}$. Določi naslednje množice:

   (a) $C + (A \cup C)$,
   (b) $(B \setminus A) \cap C$,
   (c) $\mathcal{P}(A \cap B) \setminus B$,
   (d) $\mathcal{P}(A \cap C) + \mathcal{P}(B \cap C)$.

2. Na ravni elementov pokaži, da velja

   (a) $A \subseteq B \Rightarrow \mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$,
   (b) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$.

3. Ali velja

   (a) $(A + B) \setminus A = B \setminus A$,
   (b) $(A + B) + (A + C) = A + (B + C)$,
   (c) $(A + C) \setminus (A + B) = (A \cap B) + C$,
   (d) $(A + C) \setminus (A + B) = (A \cap B) + C$ pod pogojem $C \subseteq A \cap B$,
   (e) $(A + C) \setminus (A + B) \subseteq (A \cap B) + C$,
   (f) $(A + B) \setminus C \subseteq (B \setminus (A + C)) \cup (A \setminus (B \cup C))$,
   (g) $(A + B) \setminus C = (B \setminus (A + C)) \cup (A \setminus (B \cup C))$, če sta A in B disjunktni,
   (h) $(A \cap C) + (B \cap C) = C \setminus (A \cap B)$,
   (i) $(A \cap C) + (B \cap C) \subseteq C \setminus (A \cap B)$,
   (j) $(A \cap C) + (B \cap C) = C \setminus (A \cap B)$, če je $C \subseteq A \cup B$?

4. Naj bodo A, B in C poljubne množice. Opazujemo množice

   $$U = A + B + C, \quad V = (A \setminus B) \cup (B \setminus C) \cup (C \setminus A) \quad \text{in} \quad W = (A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C).$$

   (a) Ali sta množici U in V primerljivi, tj. ali velja vsaj ena od vsebovanosti $U \subseteq V$ oziroma $V \subseteq U$?
   (b) Utemelji, da sta množici V in W enaki.

5. Naj bodo A, B, C dane množice, X pa neznana množica. Za spodnje sisteme enačb z množicami najprej določi pogoje, ki naj veljajo za A, B in C, da bodo rešljivi, nato pa poišči vse možne rešitve X.

   (a) $\begin{aligned} (A + B) \cap X &= A \cup C \\ X \cup B &= A \cap C \end{aligned}$

   (b) $\begin{aligned} X \cap A &= A \cap B \\ X \cup C &= B \setminus A \end{aligned}$

   (c) $\begin{aligned} X \cup A &= B \cap C \\ X \cap B &= A \cup B \end{aligned}$

   (d) $\begin{aligned} (A + B) \setminus X &= C \\ A \cap B \cap C &= X \setminus (A \cup B) \end{aligned}$

   (e) $\begin{aligned} (X \cup A) \cap B &= (X \cap B) \cup A \\ A \cup X &= B \cap X \end{aligned}$

   (f) $\begin{aligned} A \cup C &= A \cap X \\ B \cap C \cup X \setminus A &= A \setminus X \end{aligned}$

6. Pokaži, da množice $B \cap C$, $(B + C) \cap A$ in $(A + C) \setminus B$ predstavljajo razbitje za množico $A \cup C$.