Diskretne strukture UNI
Vaje 7

1. Naj bodo A, B, C dane množice, X pa neznana množica. Za spodnje sisteme enačb z množicami najprej določi pogoje, ki naj veljajo za A, B in C, da bodo rešljivi, nato pa poišči vse možne rešitve X.

   (a) $\begin{aligned}(A+B)\cap X &= A\cup C\\ X\cup B &= A\cap C\end{aligned}$

   (b) $\begin{aligned}X\cap A &= A\cap B\\ X\cup C &= B\setminus A\end{aligned}$

   (c) $\begin{aligned}X\cup A &= B\cap C\\ X\cap B &= A\cup B\end{aligned}$

   (d) $\begin{aligned}(A+B)\setminus X &= C\\ A\cap B\cap C &= X\setminus(A\cup B)\end{aligned}$

   (e) $\begin{aligned}(X\cup A)\cap B &= (X\cap B)\cup A\\ A\cup X &= B\cap X\end{aligned}$

   (f) $\begin{aligned}A\cup C &= A\cap X\\ B\cap C\cup X\setminus A &= A\setminus X\end{aligned}$

2. Ali velja

   (a) $(A\cup B)\times(C\cup D) = (A\times C)\cup(B\times D)$,

   (b) $(A\cap B)\times(C\cap D) = (A\times C)\cap(B\times D)$,

   (c) $(A+B)\times(C+D) = (A\times C)+(B\times D)$,

   (d) $(A+B)\times C = (A\times C)+(B\times C)$,

   (e) $A\times(B\cup C) = (A\times B)\cup(A\times C)$?

3. Na množici $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ definiramo relacijo

   $$R=\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,6),(6,1),(4,1)\}.$$

   (a) Nariši grafe relacij R, $R^2 = R*R$ in $R^3 = R*R*R$.

   (b) Katere izmed zgornjih relacij so refleksivne, simetrične in/ali tranzitivne?

4. Na množici $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ definiramo relacijo

   $$R=\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,6),(6,7),(7,1)\}.$$

   (a) Relacijo S definiramo kot $S = R\cup\{(1,3)\}$. Izračunaj relacijo S^{10}.

   (b) Pokaži, da je $S^{2025} = U_A$ (kjer je U_A univerzalna relacija na množici A, tj. $U_A = A\times A$).

5. Na množici $A=\{1,2,\ldots,20\}$ definiramo relacijo R:

   $$xRy \quad\Leftrightarrow\quad y-x \text{ je praštevilo.}$$

   (a) Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti relacije R.

   (b) Določi množico $\{y\in A \mid 10Ry\}$

6. Na množici števil $\mathbb{N}\setminus\{0\}$ definiramo relacijo R:

   $$aRb \quad\Leftrightarrow\quad \gcd(a,b)>3.$$

   (a) Pokaži, da je $R\subseteq R^2$.

   (b) Ali je relacija R refleksivna, simetrična ali tranzitivna?

   (c) Ali je relacija R^2 refleksivna, simetrična ali tranzitivna?