

Diskretne strukture UNI

Vaje, 12. teden

1. Z razširjenim Evklidovim algoritmom poišči največji skupni delitelj števil

- (a) 330 in 98, (b) 189 in 40, (c) 260 in 147, (d) 637 in 26.

Za vsakega od parov določi še njun najmanjši skupni večkratnik.

2. Reši linearne diofantske enačbe

- (a) $15x + 33y = 6$, (b) $7x - 2y = 1$, (c) $65x + 39y = 20$.

Poišči še tiste rešitve, pri katerih je $x \geq 0$ in $y \geq 0$.

3. Šolarji so šli na ekskurzijo v muzej. Vstopnica za odrasle stane 10€, za otroke pa 6€. Skupaj so plačali 156€. Koliko je bilo odraslih in koliko otrok, če veš, da je bilo otrok vsaj petkrat več?

4. Na tekmo bi radi z avtobusi pripeljali 1500 navijačev. Na voljo imamo avtobuse z 31 sedeži in avtobuse s 47 sedeži. Koliko avtobusov naj naročimo, če naj bodo v vseh avtobusih zasedeni vsi sedeži?

5. Določi najmanjše naravno število x , za katerega da $157x$ ostanek 10 pri deljenju s 24.

6. Reši linearne diofantske enačbe

- (a) $21x + 15y - 6z = 9$, (b) $10x + 13y + 17z = 50$, (c) $28x + 30y + 31z = 365$.

Opiši še tiste rešitve teh enačb, za katere velja $x \geq 0$, $y \geq 0$ in $z \geq 0$.

7. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 2 & 5 & 8 & 1 & 7 & 4 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Zapiši α in β kot produkt disjunktnih ciklov.
(b) Zapiši permutacijo $\alpha * \beta * \alpha^{-1}$.
(c) Poišči najmanjše število k , za katerega je $\alpha^k = \text{id}$.
(d) Poišči najmanjše število k , za katerega je $\beta^k = \text{id}$.

8. Dana je permutacija

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 2 & 1 & 3 & 7 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Določi π^{-1} .
(b) Zapiši π kot produkt disjunktnih ciklov.
(c) Zapiši π kot produkt samih transpozicij.
(d) Določi π^2 in π^{2023} .

9. Za $n > 3$ definiramo permutacije $\pi_n \in S_n$ kot produkt ciklov

$$\pi_n = (1 \ 2 \ n)(1 \ 3 \ n) \cdots (1 \ n-1 \ n).$$

- (a) Zapiši permutacije π_4 , π_5 in π_6 .
(b) Izračunaj $\pi_n(1)$, $\pi_n(n)$, $\pi_n^{-1}(1)$ in $\pi_n^{-1}(n)$.
(c) Določi ciklično strukturo in parnost permutacije π_n .