

Diskretne strukture UNI

Vaje, 14. teden

1. Poišči vsaj dve permutaciji $\pi \in S_6$, za kateri je

$$\pi^3 = (1\ 2)(3\ 4)(5\ 6).$$

2. Dane so permutacije

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 4 & 3 & 7 & 8 & 6 & 9 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 9 & 6 & 7 & 8 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 8 & 6 & 9 & 1 & 5 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

- (a) Poišči ciklično strukturo, red in parnost permutacije γ .
(b) Poišči vse možne ciklične strukture permutacije π , ki zadošča enačbi

$$\alpha * \beta * \pi^2 * \beta^{-1} = \gamma.$$

- (c) Za vsako možno ciklično strukturo poišči eno rešitev enačbe.

3. Dane so permutacije

$$\alpha = (1\ 3\ 5\ 7\ 9\ 11), \beta = (2\ 4\ 6\ 8\ 10) \text{ in } \gamma = (1\ 9\ 5)(2\ 10\ 8\ 6\ 4)(3\ 11\ 7).$$

- (a) Pokaži, da α in β komutirata.
(b) Pokaži, da je $\alpha^2 * \beta^2$ rešitev enačbe $\pi^2 = \gamma$.
(c) Poišči vsaj še eno te enačbe rešitev, ki je drugačne parnosti kot $\alpha^2 * \beta^2$.
4. Naj bodo $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 3 & 6 & 5 & 1 & 7 & 2 & 9 & 10 & 8 \end{pmatrix}$, $\beta = (1\ 2)(1\ 6)(1\ 7)(1\ 3)(4\ 5)(4\ 10)(4\ 8)$ in $\gamma = (1\ 4\ 9\ 3\ 6\ 7\ 2\ 8)$ permutacije iz S_{10} .

- (a) Določi ciklične strukture in parnosti permutacij α , β ter γ .
(b) Poišči vse dopustne ciklične strukture za permutacijo π , ki reši enačbo

$$\alpha * \beta * \pi^4 * \beta^{-1} = \gamma$$

- (c) Poišči vsaj eno rešitev zgornje enačbe, ki ima najvišji možni red.

5. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 7 & 8 & 5 & 6 & 9 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ in } \beta = (1\ 3\ 5\ 7\ 9)(2\ 4\ 6\ 8).$$

Poišči vsaj tri različne permutacije $\pi \in S_9$, ki rešijo enačbo

$$\alpha * \pi^{2026} = \beta.$$

6. Definiran je graf $G = (V, E)$, kjer je

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},$$

$$E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}, \{1, 6\}, \{1, 3\}, \{3, 6\}, \{4, 6\}\}.$$

- (a) Nariši graf G .
 - (b) Določi najmanjšo ter največjo stopnjo točk v grafu G .
 - (c) Koliko ciklov dolžin 3 in 4 vsebuje graf G ?
 - (d) Ali je graf G dvodelen?
 - (e) Ali je graf G Eulerjev?
7. (a) Zakaj lahko v skupini dveh ali več ljudi vedno najdemo 2, ki imata enako število prijateljev znotraj te skupine?
- (b) Na lanski prednovoletni zabavi se je zbralo 10 ljudi. Vsak je prinesel 3 darila, ki jih je želel izmenjati z drugimi tremi udeleženci zabave. Jim je uspelo? Bi jim uspelo tudi, če se en povabljenec zabave ne bi udeležil?