

Uvod v študij računalništva

21. september 2019

Pregled elementarnih funkcij

1. Linearna funkcija

- (a) Zapiši enačbo premice, ki je vzporedna simetrali lihih kvadrantov in poteka skozi točko $(1, 2)$.
- (b) Zapiši enačbo premice, ki je vzporedna premici $y = 3x - 2$ in seka y os pri 2.
- (c) * Zapiši enačbo premice, ki je pravokotna na premico $y = -\frac{1}{2}x + 3$ in seka x os pri -3 .
- (d) * Določi parameter r tako, da bosta premici

$$y = rx - x + 2 \quad \text{in} \quad y = \frac{1}{2}x + 4$$

vzporedni.

2. Kvadratna funkcija

- (a) Poišči ničle $x^2 + 5x - 36$.
- (b) * Poišči ničle $x^2 + x - 72$.
- (c) * Poišči ničle $2x^2 + 8x + 9$.
- (d) * Poišči ničle $3x^2 + 10x - 48$.
- (e) * Zapiši v temenski obliki in določi teme: $x^2 + 16x + 70$.
- (f) * Zapiši v temenski obliki in določi teme: $2x^2 + 24x + 65$.
- (g) Zapiši v temenski obliki in določi teme: $3x^2 + 36x + 100$.
- (h) Zapiši število 100 kot vsoto dveh števil tako, da bo njun produkt čimvečji.

3. Polinomi

- (a) * Zmnoži $(x^4 - 2x^2 + 7x)(-x^2 - 2)$.
- (b) * Deli polinom $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ s polinomom $x - 2$.

- (c) Z uporabo Hornerjevega algoritma razstavi polinom $x^3 + x^2 - x + 2$ na linearne faktorje in izpiši vse ničle.
- (d) * Z uporabo Hornerjevega algoritma razstavi polinom $x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 3x + 4$ na linearne faktorje in izpiši vse ničle.
- (e) Nariši graf polinoma $x^3 - 3x^2 + 4$.
- (f) Poišči polinom tretje stopnje, ki ima ničlo pri $x = -2$ in dvojno ničlo pri $x = 3$, njegov graf pa poteka skozi točko $T(0, 6)$.

4. Racionalne funkcije

- (a) * Izraz $\frac{1}{x} + \frac{x+1}{x-x^2} + \frac{x-2}{2x}$ zapiši kot kvocient dveh polinomov.
- (b) Izraz $\frac{1}{4+2x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{2x+x^2}$ zapiši kot kvocient dveh polinomov.
- (c) Nariši graf racionalne funkcije $\frac{x}{x^2-1}$.
- (d) * Približno nariši graf racionalne funkcije $\frac{x^2}{x^3-x^2-4x+4}$.
- (e) Reši enačbo $\frac{1}{2x^2-x} + \frac{2}{4x^2-1} = \frac{1}{2x^2+x}$.
- (f) * Reši enačbo $\frac{5x}{x^2+3x+2} + \frac{1}{3} = \frac{7}{1+x}$.

5. Trigonometrične funkcije

- (a) Reši enačbo $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 1$.
- (b) * Reši enačbo $\tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{3}$.
- (c) Poenostavi izraz $\frac{\sin(2x)}{\cos(2x) + \sin^2 x}$.

6. Eksponentna funkcija

- (a) * Določi a tako, da bo za funkcijo $f(x) = a^x$ veljalo $f(2) = 4$.
- (b) * Določi a tako, da bo za funkcijo $f(x) = a^x$ veljalo $f(3) = -3$.
- (c) Določi a tako, da bo za funkcijo $f(x) = a^x$ veljalo $f\left(\frac{2}{3}\right) = 9$.
- (d) Reši enačbo $3^{x-1} = 1$.
- (e) Reši enačbo $2^{x-2} = 5^{x-2}$.
- (f) Reši enačbo $(5^{x-1})^{x+1} = (25^x)^{\frac{x}{2}-1}$.
- (g) * Reši enačbo $2^{x+1} - 2^{x-1} = 12$.

7. Logaritmi

- (a) Reši enačbo $\log_x 16 = 2$.
- (b) Reši enačbo $\log_9 27 = x$.

- (c) Reši enačbo $\log(x + 1) + \log(x - 5) = 2 \log(x - 2)$.
- (d) Reši enačbo $\ln 5 + \ln x - \ln(x + 1) = \ln 3$.
- (e) * Zapiši $\log\left(\sqrt{\frac{x^4}{y^3}}\right)$ v obliki $a \log x + b \log y$ za neka $a, b \in \mathbb{R}$.
- (f) Izračunaj $\log\left(\frac{x^3}{x-2}\sqrt{x-2}\right)$.

Pogoste napake

Za vsakega od spodnjih primerov v rešitvi poišči vse napake, nato pa nalogo reši še sam (tj. ne nujno po istem postopku). S sosedom zamenjajta svoji rešitvi in jih popravita.

1. Reši enačbo $0.2(x - 6) = 0.3x + 2 + 0.1x$.

Rešitev:

$$\begin{aligned} 0.2x + 6 &= 0.3x + 2 + 0.1x &/ - 6 \\ 0.2x &= 0.3x - 8 + 0.1x \\ 0.2x &= 0.4x - 8 &/ - 0.4x \\ -0.2x &= -8 &/ : -0.2 \\ x &= -0.4 \end{aligned}$$

2. Reši enačbo $-\frac{5}{6}(8 - 5b) = 75 + \frac{5}{3}b$.

(a) Rešitev 1:

$$\begin{aligned} -5(8 + 5b) &= 450 - 10b \\ -40 - 25b &= -450 - 10b \\ -40 - 15b &= -450 &/ + 40 \\ 15b &= -\frac{410}{15} \\ b &= 26.\overline{13} \end{aligned}$$

(b) Rešitev 2:

$$\begin{aligned} -5(8 + 5b) &= 450 - 10b \\ -\frac{20}{3} + \frac{25}{6}b &= 75 + \frac{3 \cdot 5}{3}b \\ -20 + \frac{25}{6}b &= 75 + 5b \quad / - 75 \\ 95 + \frac{6 \cdot 25}{6}b &= 5b \cdot 6 \\ 95 + 25b &= 30b \quad / - 25b \\ 95 &= 5b \\ -19 &= b \end{aligned}$$

3. Reši enačbo $\sqrt{x^2} = \sqrt{289}$.

Rešitev:

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2} &= \sqrt{289} \\ x &= 17. \end{aligned}$$

4. Poišči rešitve enačbe $x^2 - 5x + 6 = 2$.

Rešitev:

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 6 &= 2 \\ (x - 2)(x - 3) &= 2 \\ x - 2 = 2 \quad \text{ali} \quad x - 3 = 2 \\ x = 4 \quad \text{ali} \quad x = 5 \end{aligned}$$

5. Izračunaj $35 \cdot (\frac{1}{5} + \frac{1}{7})$ in $\frac{1}{4} \cdot (\frac{4}{3} + \frac{4}{5})$.

Rešitev:

$$\begin{aligned} 35 \cdot (\frac{1}{5} + \frac{1}{7}) &= 7 + 5 = 12 \\ \frac{1}{4} \cdot (\frac{4}{3} + \frac{4}{5}) &= \frac{4}{12} + \frac{4}{20} = \frac{4}{32}. \end{aligned}$$

6. Poenostavi $\frac{-4 + \sqrt{32}}{5}$.

Rešitev:

$$\frac{-4 + \sqrt{32}}{5} = \frac{-4 + \sqrt{25 + 7}}{5} = \frac{-4 + 5\sqrt{7}}{5} = \frac{1\sqrt{7}}{8} = \frac{\sqrt{7}}{8}.$$

7. Izračunaj $(5 + 7i) - (2 - 3i)$, $(5 + 7i)(2 - 3i)$ in $(4 - 6i)^2$.

Rešitev:

$$(5 + 7i) - (2 - 3i) = 5 - 2 + 7i + 3i = 3 + 10i$$

$$(5 + 7i)(2 - 3i) = 5 + 2 + 7i - 3i = 7 + 4i$$

$$(4 - 6i)^2 = (4 - 6i)(4 - 6i) = 4 + 4 - 6i - 6i = 8 - 12i$$

8. Reši enačbo $2e^{2x} + 8e^x = 3e^x + 12$.

Rešitev:

$$2e^{2x} + 8e^x = 3e^x + 12$$

$$e^{4x} + e^{8x} = e^{3x} + 12$$

$$\ln(e^{4x}) + \ln(e^{8x}) = \ln(e^{3x}) + \ln(12)$$

$$4x + 8x = 3x + \ln(12)$$

$$12x = 3x + \ln(12)$$

$$9x = \ln(12)$$

$$x = \frac{\ln(12)}{9}$$

9. Poenostavi $(16x^2)^{\frac{3}{4}}$.

Rešitev:

$$(16x^2)^{\frac{3}{4}} = (2^4 x^2)^{\frac{3}{4}} = 2^{(4+\frac{3}{4})} x^{(2+\frac{3}{4})} = 2^{\frac{19}{4}} x^{\frac{11}{4}}.$$