

# Diskretne strukture UNI

## Vaje, 12. teden

- Na tekmo bi radi z avtobusi pripeljali 1500 navijačev. Na voljo imamo avtobuse z 31 sedeži in avtobuse s 47 sedeži. Koliko avtobusov naj naročimo, če naj bodo v vseh avtobusih zasedeni vsi sedeži?
- Določi najmanjše naravno število  $x$ , za katerega da  $157x$  ostanek 10 pri deljenju s 24.
- Izračunaj  $\varphi(1215)$  in  $\varphi(1216)$ .
  - Določi  $1024^{3241} \pmod{1215}$ .
- S pomočjo malega Fermatovega izreka pokaži, da
  - 23 deli  $a^{154} - 1$  za vse  $a \in \mathbb{N}$ , za katere je  $\gcd(a, 23) = 1$ .
  - 17 deli  $a^{80} - 1$  za vse  $a \in \mathbb{N}$ , za katere je  $\gcd(a, 17) = 1$ .
- Koliko je ostanek števila  $((5^9)^{13})^{17}$  pri deljenju z 11?
  - Koliko je ostanek števila  $5^{9^{13^{17}}}$  pri deljenju z 11?
- Reši enačbe:
  - $11x \equiv 242 \pmod{21}$ ,
  - $5x \equiv 270 \pmod{25}$ ,
  - $((6^7)^8)^9 \equiv x \pmod{13}$ ,
  - $6^{7^{8^9}} \equiv x \pmod{13}$ .

7. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 2 & 5 & 8 & 1 & 7 & 4 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Zapiši  $\alpha$  in  $\beta$  kot produkt disjunktnih ciklov.
  - Zapiši permutacijo  $\alpha * \beta * \alpha^{-1}$ .
  - Poišči najmanjše število  $k$ , za katerega je  $\alpha^k = \text{id}$ .
  - Poišči najmanjše število  $k$ , za katerega je  $\beta^k = \text{id}$ .
8. Dana je permutacija

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 2 & 1 & 3 & 7 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

- Določi  $\pi^{-1}$ .
  - Zapiši  $\pi$  kot produkt disjunktnih ciklov.
  - Zapiši  $\pi$  kot produkt samih transpozicij.
  - Določi  $\pi^2$  in  $\pi^{2023}$ .
9. Za  $n > 3$  definiramo permutacije  $\pi_n \in S_n$  kot produkt ciklov

$$\pi_n = (1 \ 2 \ n)(1 \ 3 \ n) \cdots (1 \ n-1 \ n).$$

- Zapiši permutacije  $\pi_4$ ,  $\pi_5$  in  $\pi_6$ .
- Izračunaj  $\pi_n(1)$ ,  $\pi_n(n)$ ,  $\pi_n^{-1}(1)$  in  $\pi_n^{-1}(n)$ .
- Določi ciklično strukturo in parnost permutacije  $\pi_n$ .