

1. Preveri pravilnost sklepov s pomočjo dokaza s protislovjem (*reductio ad absurdum*).

$$(a) (p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s), s \wedge q \Rightarrow t, \neg t \models \neg(p \wedge r),$$

$$(b) p \vee q, p \Rightarrow r, q \Rightarrow s \models r \vee s,$$

$$(c) p \vee q, p \vee r, r \Rightarrow s, \neg(q \wedge s) \models p,$$

$$(d) p \Rightarrow r \wedge t, t \vee s \Rightarrow \neg q \models \neg(p \wedge q),$$

$$(e) p \Leftrightarrow q, r \vee s \Rightarrow p, s \vee t, \neg t \vee r \models q.$$

2. Preveri pravilnost sklepov s pomočjo pogojnega sklepa.

$$(a) p \Rightarrow (q \vee r), \neg r \models p \Rightarrow q,$$

$$(b) p \vee q \Rightarrow r \wedge s, r \vee t \Rightarrow u \models p \Rightarrow u,$$

$$(c) p \Rightarrow q \vee r, q \Rightarrow \neg p, \neg(s \wedge r) \models p \Rightarrow \neg s,$$

$$(d) s \wedge (p \Rightarrow t), t \Rightarrow (q \vee r) \models p \Rightarrow (\neg q \Rightarrow r).$$

3. Za področje pogovora izberimo naravna števila. Enomestni predikat P in dvomestni predikat D interpretiramo kot:

$$P(x) : x \text{ je praštevilo},$$

$$D(x, y) : \text{število } x \text{ deli število } y.$$

Zapiši interpretacije in določi logične vrednosti spodnjih izjavnih formul. Zapiši še negacije teh izjavnih formul.

$$(a) \forall x (P(x) \vee D(2, x))$$

$$(b) \exists x (P(x) \wedge D(2, x))$$

$$(c) \exists x (P(x) \wedge D(5, x))$$

$$(d) \forall x (P(x) \Rightarrow \neg D(10, x))$$

$$(e) \forall x (D(4, x) \Rightarrow D(2, x))$$

$$(f) \forall x \exists y D(x, y)$$

$$(g) \exists y \forall x D(x, y)$$

$$(h) \forall x \exists y (P(y) \wedge D(y, x))$$

$$(i) \exists x \forall y (D(x, y) \Rightarrow \neg P(y))$$

$$(j) \forall x \exists y (P(x) \Rightarrow P(y) \wedge D(y, x))$$

4. Poišči interpretacije, v katerih imajo naslednji pari izjavnih formul nasprotni logični vrednosti.

(a) $\forall x(P(x) \Rightarrow R(x)), \exists x(P(x) \Rightarrow R(x))$

(b) $\forall x(P(x) \Leftrightarrow R(x)), \forall x(P(x) \Rightarrow R(x))$

(c) $\forall x \forall y(P(x) \Rightarrow P(y)), 0$

(d) $\forall x \forall y(P(x) \Rightarrow P(y)), 1$