

# Prvi izpit iz Numeričnih metod

17. januar 2022

1. **naloga:** Dana je obrnljiva bidiagonalna matrika

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ c_1 & a_2 & \ddots & & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & c_{n-1} & a_n \end{pmatrix}.$$

- Kaj lahko sklepate o številih  $a_1, \dots, a_n, c_1, \dots, c_{n-1}$  iz obrnljivosti matrike  $A$ ?
- Sestavite učinkovit algoritem za reševanje sistema  $Ax = b$ , kjer je  $b \in \mathbb{R}^n$  dan vektor.
- Koliko operacij je potrebnih za izračun inverza  $A^{-1}$ ?

(Namig: Inverz  $A^{-1}$  dobimo tako, da rešimo  $n$  sistemov  $Ax = e_i, i = 1, \dots, n$ , kjer so  $e_i$  koordinatni vektorji z 1 v  $i$ -ti vrstici in 0 v drugih vrsticah.)

2. **naloga:** Naj bo  $A > 0$ . Dani sta funkciji  $f_1(x) = x^2 - A$  in  $f_2(x) = x - \frac{A}{x}$ .

- Funkciji  $f_1, f_2$  imata obe enaki ničli. Kaj sta ti dve ničli?
- Za  $A = 6$  s pomočjo 2 korakov tangentne metode za  $f_1$  izračunajte približek za večjo ničlo. Začetni približek sami smiselno izberite.
- Za  $A = 6$  s pomočjo 2 korakov metode regula falsi za  $f_2$  izračunajte približek za manjšo ničlo. Začetna približka sami smiselno izberite.

3. **naloga:** Naj bo  $f$  integrabilna funkcija na  $[0, 1]$ , katere integral želimo izračunati po formuli

$$\int_0^1 f(x) dx \approx \alpha f(0) + \beta f\left(\frac{2}{3}\right) + \gamma f(1).$$

- Določite  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ , da bo formula čim višjega reda.
- Izračunajte integral  $\int_0^2 e^{x^2} dx$  z dvakratno uporabo zgornje formule s korakom  $h = 1$ .
- Izračunajte integral  $\int_0^2 e^{x^2} dx$  s sestavljenim trapeznim pravilom s korakom  $h = 1$ .