

## Vaje 5. teden - rešitve

DOKAZ S PROTISLOVJEM RA

$A_1, A_2, \dots, A_k \models B$  natanko tedaj, ko  $A_1, A_2, \dots, A_k, \neg B \neq 0$

① b)

1. $p \vee q$	$P_{p1}$
2. $p \Rightarrow r$	$P_{p2}$
3. $q \Rightarrow s$	$P_{p3}$
4.1 $\neg(r \vee s)$	RA
4.2 $\neg r \wedge \neg s$	$\sim(4.1)$
4.3 $\neg r$	$P_0(4.2)$
4.4 $\neg s$	$P_0(4.2)$
4.5 $\neg p$	MT(2, 4.3)
4.6 $\neg q$	MT(3, 4.4)
4.7 $p$	DS(1, 4.6)
4.8 $p \wedge \neg p$	Zd(4.5, 4.7)
4.9 $0$	$\sim(4.8)$
4. rvs	RA(4.1, 4.9)

d)

1. $p \Rightarrow r \wedge t$	$P_{p1}$
2. $t \vee s \Rightarrow \neg q$	$P_{p2}$
3.1 $\neg \neg(p \wedge q)$	RA
3.2 $p \wedge q$	$\sim(3.1)$
3.3 $p$	$P_0(3.1)$
3.4 $q$	$P_0(3.1)$
3.5 $r \wedge t$	MP(1, 3.3)
3.6 $t$	$P_0(3.5)$
3.7 $t \vee s$	Pr(3.6)
3.8 $\neg q$	MP(2, 3.7)
3.9 $q \wedge \neg q$	Zd(3.4, 3.8)
3.10 $0$	$\sim(3.9)$
3. $\neg(p \wedge q)$	RA(3.1, 3.10)

- c)
- |   |               |
|---|---------------|
| 1. $p \Leftrightarrow q$                        | $P_{p_1}$     |
| 2. $r \vee s \Rightarrow p$                     | $P_{p_2}$     |
| 3. $s \vee t$                                   | $P_{p_3}$     |
| 4. $\neg t \vee r$                              | $P_{p_4}$     |
| 5. $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ | $\sim (1)$    |
| 6. $p \Rightarrow q$                            | $P_0(5)$      |
| 7.1 $\neg q$                                    | RA            |
| 7.2 $\neg p$                                    | MT(6, 7.1)    |
| 7.3 $\neg(r \vee s)$                            | MT(2, 7.2)    |
| 7.4 $\neg r \wedge \neg s$                      | $\sim(7.3)$   |
| 7.5 $\neg r$                                    | $P_0(7.4)$    |
| 7.6 $\neg s$                                    | $P_0(7.4)$    |
| 7.7 $\neg t$                                    | DS(4, 7.5)    |
| 7.8 $t$   | DS(3, 7.6)    |
| 7.9 $\neg t \wedge t$                           | 2d(7.7, 7.8)  |
| 7.10 0  | $\sim(7.9)$   |
| 7. q  | RA(7.1, 7.10) |

POGOJNI SKLEPI PS uporabljamo kadar ima zaključek obliko implikacije (disjunkcije)!

$A_1, A_2, \dots, A_k \neq B \Rightarrow C$	natanko tedaj, ko	$A_1, A_2, \dots, A_k, B \neq C$
$A_1, A_2, \dots, A_k \neq \overset{s}{TC} \Rightarrow TB$	natanko tedaj, ko	$A_1, A_2, \dots, A_k, TC \neq TB$
$A_1, A_2, \dots, A_k \neq B \vee C$	natanko tedaj, ko	$A_1, A_2, \dots, A_k, TB \neq C$
		$\sim TB \Rightarrow C$

- ② c)
- |                             |             |
|-----------------------------|-------------|
| 1. $p \Rightarrow q \vee r$ | $P_{p_1}$   |
| 2. $q \Rightarrow \neg p$   | $P_{p_2}$   |
| 3. $\neg(s \wedge r)$       | $P_{p_3}$   |
| 4. $\neg s \vee \neg r$     | $\sim(3)$   |
| 5.1 $p$                     | PS          |
| 5.2 $q \vee r$              | MP(1,5.1)   |
| 5.3 $\neg q$                | MT(2,5.1)   |
| 5.4 $r$                     | DS(5.2,5.3) |
| 5.5 $\neg s$                | DS(4,5.4)   |
| 5. $p \Rightarrow \neg s$   | PS(5.1,5.5) |

- d)
- |   |             |
|---|-------------|
| 1. $s \wedge (p \Rightarrow t)$           | $P_{p_1}$   |
| 2. $t \Rightarrow (q \vee r)$             | $P_{p_2}$   |
| 3. $p \Rightarrow t$                      | $P_{o(1)}$  |
| 4.1 $p$                                   | PS          |
| 4.2 $t$                                   | MP(3,4.1)   |
| 4.3 $q \vee r$                            | MP(2,4.2)   |
| 4.4 $\neg q \Rightarrow r$                | $\sim(4.3)$ |
| 4. $p \Rightarrow (\neg q \Rightarrow r)$ | PS(4.1,4.4) |

- ③
- |                    |  |
|--------------------|--|
| PODROČJE POGOVORA  | $\mathcal{D} = \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ |
| ENOMESTNI PREDIKAT | $P(x)$ : $x$ je praštevililo                       |
| DVOMESTNI PREDIKAT | $D(x, y)$ : števililo $x$ deli števililo $y$       |

Interpretacije, logične vrednosti, negacije izjavnih formul.

a)  $\forall x (P(x) \vee D(2, x))$

"Vsako naravno število je praštevililo ali je deljivo z 2."  
 logična vrednost je 0 (premislite o številu 1).

Negacija:  $\exists x (\neg P(x) \wedge \neg D(2, x))$

b)  $\exists x (P(x) \wedge D(2, x))$

"Obstaja praštevilo, ki je deljivo z 2."

Logična vrednost je 1 (premislite o številu 2).

Negacija:  $\forall x (\neg P(x) \vee \neg D(2, x))$

c)  $\exists x (P(x) \wedge D(5, x))$

"Obstaja praštevilo, ki je deljivo s 5."

Logična vrednost je 1 (premislite o številu 5).

Negacija:  $\forall x (\neg P(x) \vee \neg D(5, x))$

d)  $\forall x (P(x) \Rightarrow \neg D(10, x)) \sim \forall x (\neg P(x) \vee \neg D(10, x))$

"Nobeno praštevilo ni deljivo z 10."

Logična vrednost je 1.

Negacija:  $\exists x (P(x) \wedge D(10, x))$

to obliko potrebujemo za pisanje negacije.

e)  $\forall x (D(4, x) \Rightarrow D(2, x)) \sim \forall x (\neg D(4, x) \vee D(2, x))$

"Vsako naravno število, ki je deljivo s 4, je deljivo tudi z 2."

Logična vrednost je 1.

Negacija:  $\exists x (D(4, x) \wedge \neg D(2, x))$

f)  $\forall x \exists y D(x, y)$

"Vsako naravno število deli neko naravno število"

Logična vrednost je 0 (premislite o številu 0).

Negacija:  $\exists x \forall y \neg D(x, y)$

g)  $\exists y \forall x D(x,y)$

"Obstaja naravno število, deljivo z vseni naravnimi števili."

Logična vrednost je 0 (premislite o deljenju z ničlo).

Negacija  $\forall y \exists x \neg D(x,y)$

h)  $\forall x \exists y (P(y) \wedge D(y,x))$

"Vsako naravno število je deljivo z določenim praštevilom."

Logična vrednost je 0 (premislite o številu 1).

Negacija:  $\exists x \forall y (\neg P(y) \vee \neg D(y,x))$

i)  $\exists x \forall y (D(x,y) \Rightarrow \neg P(y)) \sim \exists x \forall y (\neg D(x,y) \vee \neg P(y))$

"Obstaja naravno število, ki ne deli nobenega praštevila."

Logična vrednost je 1 (premislite npr. o številu 6).

Negacija:  $\forall x \exists y (D(x,y) \wedge P(y))$

j)  $\forall x \exists y (P(x) \Rightarrow P(y) \wedge D(y,x)) \sim \forall x \exists y (\neg P(x) \vee (P(y) \wedge D(y,x)))$

"Vsako praštevilo je deljivo z določenim praštevilom."

Logična vrednost je 1 (s samim seboj).

Negacija:  $\exists x \forall y (P(x) \wedge (\neg P(y) \vee \neg D(y,x)))$