

APS 2 vaje 3: 20. - 25. Mar. 2024

Martin Božič

1. Predstavljajte si, da operacije razširjenega sklada dopolnimo z operacijo MULTIPUSH, ki na sklad doda k elementov. Bi v tem primeru imela posamezna operacija razširjenega sklada še vedno amortizirano ceno $O(1)$?

2. Zapišite psevdokodo operacije ZMANJŠAJ, ki število zapisano v dvojiškem zapisu zmanjša za 1. Kakšna bi bila amortizirana cena operacij POVEČAJ, ki število poveča za 1, in ZMANJŠAJ v k -bitnem števcu?

3. Predstavljajte si, da opravimo n operacij na podatkovni strukturi, kjer i -ta operacija stane i natankotedaj, ko velja $i = 2^k$, za poljuben $k \in \mathbb{N}$. V ostalih primerih je cena operacije 1. Z amortizirano analizo natančno določite amortizirano ceno omenjene operacije.

4. Predstavljajte si, da v podatkovni strukturi sklad opravimo zaporedje operacij, katerega velikost nikoli ne preseže k . Vsakih k korakov zaradi varnostnih razlogov naredimo varnostno kopijo sklada. Z metodo kopičenja pokažite, da je amortizirana cena n operacij sklada enaka $O(n)$, pri čemer v ceno zajamite tudi metodo varnostnega kopiranja sklada.

5. Z amortizirano analizo po metodi kopičenja rešite nalogo 3.

6. Pri k -bitnem števcu vpeljemo dodatno funkcijo RESET, ki vse bite postavi na 0. Pokažite, kako lahko implementiramo števec kot zaporedje bitov, tako da kakršno koli zaporedje funkcij POVEČAJ in RESET, ki je dolžine n , opravimo v času $O(n)$.

7. V podatkovni strukturi dinamična tabela imamo funkcijo DODAJ_ELEMENT, ki v tabelo doda en element. Če funkcija želi dodati nov element v polno tabelo, funkcija najprej tabelo poveča za faktor 2 in nato doda element v povečano tabelo. Predstavljajte si, da podatkovni strukturi dodamo funkcijo

IZBRISI_ELEMENT, pri tem pa funkcija, ko je tabela polna manj kot polovico, tabelo skrči za faktor 2. Kolikšna je v tem primeru amortizirana cena posameznih operacij v dinamični tabeli.

8. Z amortizirano analizo po metodi kopičenja pokažite, da je amortizirana cena funkcije IZBRISI_ELEMENT $O(1)$, če funkcija zmanjša velikost dinamične tabele za $2/3$, kadarkoli je napolnjenost tabele manjša od $1/3$.

9. V podatkovno strukturo z operacijo dodaj() dodamo n elementov. Časovna zahtevnost operacije dodaj() je v običajnih pogojih enaka $O(1)$, v "izjemnih okoliščinah" pa $f(i)$, kjer je $i=1, 2, 3, \dots$ zaporedna številka operacije. Izračunajte natančno amortizirano časovno zahtevnost za operacijo dodaj(), če opravimo $n = 2^m$ dodajanj in se pri tem izjemna okoliščina:

- a) nikoli ne zgodi,
- b) zgodi na vsakem koraku in je $f(i) = i$,
- c) zgodi na korakih $i = 2^k$ za $k = 0, 1, 2, \dots$ (potence števila 2) in je $f(i) = i+1$.