9. Izdelava kvantnih računalnikov

Cilj: - Kakšne fizikalne sisteme uporabimo za kubit?
- Zakaj je kvantno računanje zahtevno?
- Kaj so vzroki motenj?
- Di Vincenzo kriteriji

9.1) Dekoherenca

kubiti morajo opisati unitarne operacije = stanje ostane v superpoziciji. Preprečiti moramo meritev, ki vodi h kolapsu valovne funkcije.

Pogoj: šibka sklopitev z okolico, a zadosti močna, da vzbudimo spremembe (vrata). Kompromis.

Dekoherenčni čas T_D: čas na katerem z znatno verjetnostjo naredimo hardwarsko napako in zgubimo superpozicijo.

Več tipov napak: a) Bit flip $|1\rangle \to |0\rangle$

b) Phase flip $|0\rangle + |1\rangle \to |0\rangle + e^{i\alpha}|1\rangle$ (zvezen ali disketen $\alpha = \frac{\pi}{2}$)

Število operacij: $n_{op} = \frac{T_D}{T_{op}}$; T_{op} ... čas za operacijo

Odprti kvantni sistemi: Opis z gostotno matriko ρ; $\rho = \rho^+$.

Pozitivno semidefinitna: lastne vrednosti $\rho \vec{v}_i = \lambda_i \vec{v}_i$ za $\lambda_i \geq 0$.

Verjetnost za izmeriti stanje i. $\rho_{ii} = \langle i|\rho|i\rangle$. $Tr[\rho] = 1$.

Čisto stanje $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ $\Rightarrow$ $\rho_{ii} = \langle i|\psi\rangle\langle\psi|i\rangle = |\langle i|\psi\rangle|^2 = p_i$

že poznamo

Velja $Tr[\rho^2] = 1$.

Primer: $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$ $\quad \rho = \frac{1}{2}(|0\rangle - |1\rangle)(\langle 0| - \langle 1|)$

$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad Tr[\rho^2] = 1$

Mešano stanje $\qquad \rho = \sum_i p_i |i\rangle\langle i|$

Primer: $p_0 = p_1 = \frac{1}{2} \qquad \rho = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Verjetnost za stanje $|0\rangle$ in $|1\rangle$ sta $\frac{1}{2}$, a ni čisto stanje $Tr[\rho^2] < 1$.

9.2) Di Vincenzo kriteriji = Pogoji za izvajanje kvantnih algoritmov

a) Dobro definiran kubit

b) Začetno stanje lahko pripravimo na zanesljiv način. Tipično hlajenje do osnovnega stanja.

c) Nizka dekoherenca. Operacije kvantnih vrat lahko izvajamo na zanesljiv in natančen način.

d) kvantna vrata (eno in dvo kubitna)

e) Meritve nad izbranimi kubiti hitre in natančne.

f) Skalabilnost. Naraščanje zahtev ne sme biti eksponentno. Idealno bi bilo, če zahteve rastejo linearno.

Dodatni pogoji za komunikacije:

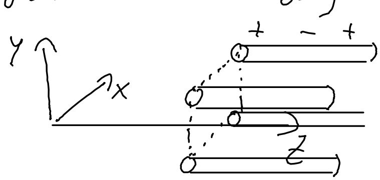
g) pretvorba med mirujočimi in potujočimi kubiti

h) potujoče kubite lahko pošiljamo med mesti brez napak

9.3) Implementacije (Sledimo zgodovinskem razvoju)

9.3.1) Ujeti ioni

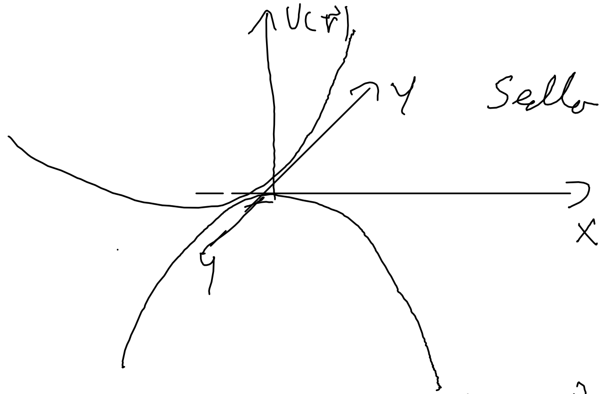
kvadrupolna Paulova past



Statična situacija: $\phi_{stat} = V_0\left(z^2 - (x^2+y^2)\right)$

Ne moremo ujeti nabitega delca v statični potencial (Earnshaw izrek)

Potencial



Sedlo

Dinamični potencial $\phi = \left(V_1 \cos(\Omega t) + V_2\right)\left(1 + \frac{x^2 - y^2}{R^2}\right)$

Izmenični sedlasti potencial

V povprečju je potencial tak, kot da bi bil privlačen v vseh smereh.

Ustvarimo verigo ionov $| + | - | + | - | \ldots$

$$H = \sum_i \frac{p_i^2}{2M} + \frac{M}{2} \sum_i \left(\omega_x^2 x_i^2 + \omega_y^2 y_i^2 + \omega_z^2 z_i^2\right) + \sum_{i \neq j} \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 |r_i - r_j|}$$

Vsota harmonskih oscilatorjev ("fononi"), ki so anizotropni

$\omega_z << \omega_x, \omega_y$

Priprava osnovnega stanja = "hlajenje":

Dopplerjevo hlajenje $\bullet \longrightarrow \overset{\nu_0}{\leftsquigarrow}$ $\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{v_0}{v}\right)$

v_0... hitrost iona

v... hitrost svetlobe

Izberemo ν_0, da se absorbirajo le fotoni $\bullet \rightarrow \overset{\omega}{\leftsquigarrow}$. Ion odda foton naključno in tako se efektivno ustavlja.

Stanja a) Hiperfino stanje (spin e^- $\vec{S}$, spin jedra I, $\vec{F} = \vec{S} + \vec{I}$)

Stanja so $|F\, m_F\rangle$. Tipična izbira $^9Be^+$ $(F, m_F) = (2, 2) = |0\rangle$

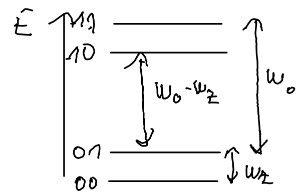
$(F, m_F) = (1, 1) = |1\rangle$

$E_1 - E_0 = \hbar\omega_0$

Drugi kubit je fonon $n=0,1$.

2-kubitno stanje je $|ij\rangle = |i\rangle \otimes |j\rangle$

spin Fonon



Prehodi se naredijo z različnimi laserji s frekvencami:

a) frekvenca w_0 modulira hiperfino stanje iona

b) frekvenca $w_0 - w_Z$ poveže 2 kubita $01 \to 10$

SWAP vrata

Inicializacija: hladiš do $|00\rangle$.

Branje: Flourescenca. Posvetimo z laserjem $\Rightarrow$ izmerimo izsevane fotone s CCD ali fotopomnoževalk.

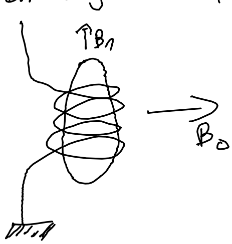
Potrjena CNOT vrata $\sim 95 \Rightarrow$ Wineland Nobelova '12.

Število kubitov ~ 32 ionov ('23), ker težko spravimo več ionov v past $\Rightarrow$ nenadzorovano premikanje.

9.3.2 Jedrska magnetna resonanca

Spin jedra je šibko sklopljen z okolico (T_D dolg).

Sistem tvorijo molekule, zelo velike molekule, a vsako jedro ima različno okolico (kemijski premik) $\Rightarrow$ različne Larmorjeve frekvence.



$B_0 >> B_1$

Enokubitna vrata: radio frekvenčni pulz s primerno dolžino

Dvokubitna vrata: sklopitev med jedri v molekuli

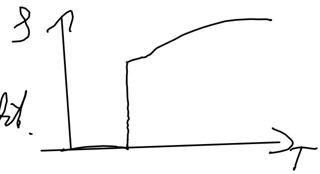
Problemi: - težko pripraviti osnovno stanje $|00\ldots0\rangle$,
- težko skaliranje do velikih sistemov

Poskusi ~12 kubitov: - teleportacija, - prepleteno stanja,
- Shorov algoritem

9.3.3. Superprevodni kubiti in SQUID

Superprevodnost (1911 Onnes)

Ničelna upornost in Meissnerjev efekt.



Pb, Hg, Nb $T_c < 10K$

MgB_2 ~ 25 K

Visokotemperaturni superprevodniki ('86). Nobelova Bednorz Müller ('87)

YBCO $T_c = 93K$
135 K pri 1 kPa

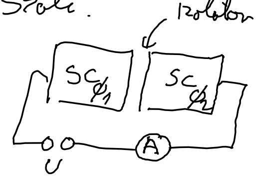
Pniktidi (2006) $T_c \sim 80K$. Vo

Kovine iz vodika: H_2S, LaH_{10}, ... ⊕ visoki pritiski ~ 150-170 GPa.
(2019) $T_c = -70°C, -23°C$

Landau-Ginzburgova teorija: Superprevodnik ima makroskopsko valovno funkcijo ψ.

BCS teorija: Cooperjevi pari in kvantna koherenca na makroskopski skali.

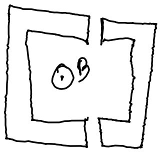
Josephsonov pojav



$$I(t) = I_c \sin(\Delta\phi(t))$$

$$U(t) = \frac{\hbar}{2e}\frac{d\phi}{dt}$$

SQUID (2 Josephson stika)



Pretok kvantiziran $\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = n \, \phi_0$

$n = 0, 1, 2, \dots$ $\phi_0 = \frac{h}{2e}$

kvant fluksa.

Če $B < B_c$: supertok kompenzira zunanje polje

$B > B_c$: supertok ojači polje

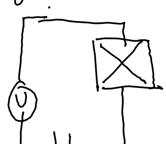
Persistenčni tokovi.

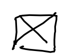
Če $B \sim B_c$ lahko imamo superpozicijo $\alpha |\circlearrowright\rangle + \beta |\circlearrowleft\rangle$

Primer: D-Wave za optimizacijo s kvantnim popuščanjem.

Superprevodni kubiti — Več tipov kubitov, kjer se kvantizira EM polje v vezju.

Nabojski kubit





Josephsonov stik

Kvantizira se EM polje v vezju.

$$H = E_c \dot{\phi}^2 - E_J \cos\phi \approx E_c \dot{\phi}^2 - E_j \left(1 - \frac{\phi^2}{2} + \dots\right)$$
$$= \underbrace{E_c \dot{\phi}^2 + E_j \frac{\phi^2}{2}}_{\text{Harmonski oscilator}} - E_j$$

$H = E_c N^2 - E_j \cos(\phi)$

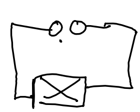
$E_c = \frac{(2e)^2}{2(C_j + C)}$ Energija kondenzatorja

E_j .. Energija Josephsonovega stika

N/N_g št. Cooperjevih parov, ki tunelirajo

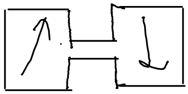
Drugi primeri

- Fazni kubit



Tipična arhitektura za IBM, Google, ... arhitekturami. Ohladitev na $T \approx 10\,mK$.

9.3.4 Kvantne pike – polprevodniške nano strukture



Inicializacija: močno magnetno polje

1-kubitna vrata: pulzi polja

2-kubitna vrata: sklopitev več pik

$$H(t) = J(t)\,\vec{S}_1 \vec{S}_2$$

Primer

$$U = e^{i\pi \vec{S}_1 \vec{S}_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = SWAP$$

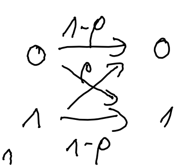
Prednosti: skalabilno, polprevodniška arhitektura

Problem: Dekoherenca zaradi sklopitve z okolico (spin e^- in spin jedra)

9.4) Popravljanje napak

Recimo, da imamo samo bit-flip napake $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ z verjetnostjo p.

Klasična rešitev: potrojimo $0 \to 000$, $1 \to 111$



Manj verjetno, če $p \ll 1$

Verjetnosti:	Ni napake	1 bit napake	2 bit	3 bit
	$(1-p)^3$	$3(1-p)^2 \cdot p$	$3p^2(1-p)$	p^3

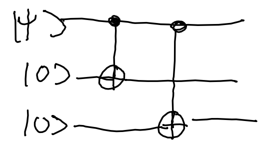
Ponovimo, če 1 bit ni enak drugim in popravimo.

Kvantno: - no-cloning teorem, - drugačna narava napak.

1.) Kubit ne kloniramo, ampak zakodiramo s tremi fizičnimi kubiti

$\alpha|0\rangle+\beta|1\rangle \Rightarrow \alpha|000\rangle+\beta|111\rangle$

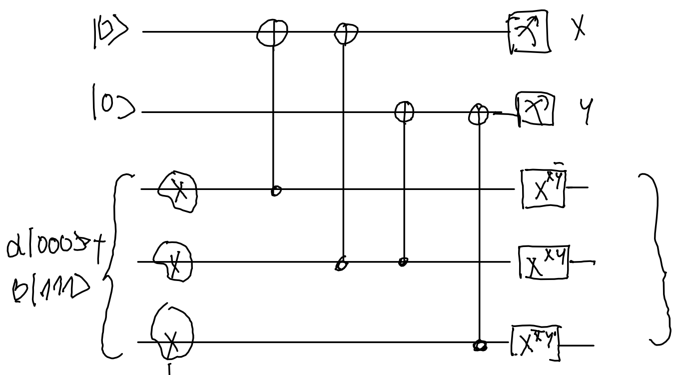
Posežno 2



$|\psi\rangle = CNOT_{21}\, CNOT_{20}\,(\alpha|0\rangle+\beta|1\rangle)|00\rangle$

$= \alpha|000\rangle+\beta|111\rangle$

2.) Popravljamo napake s pomožnimi kubiti



$\bar{X} = NOT\ X$

Naključni bit-flip

Možne napake:

Ni napake

$|000\rangle \rightarrow X=0 \quad Y=0$

$|111\rangle \rightarrow X=0 \quad Y=0$

Flip na zadnji

$|001\rangle \rightarrow X=0 \quad Y=1$

$|110\rangle \rightarrow X=0 \quad Y=1$

Flip na srednji

$|010\rangle \rightarrow X=1 \quad Y=1$

$|101\rangle \rightarrow X=1 \quad Y=1$

Flip na prvem

$|100\rangle \rightarrow X=1 \quad Y=0$

$|011\rangle \rightarrow X=1 \quad Y=0$

Splošneje: za 1 kubitno napako potrebujemo 5 kubitni zapis.