

SEZNAM TEMATIK ZA PRVI KOLOKVIJ IZ NUMERIČNIH METOD

1. UVOD V NUMERIČNO RAČUNANJE

- (1) Kaj je strojni epsilon? Kaj je osnovna zaokrožitvena napaka?
- (2) Katere napake pri numeričnem računanju poznamo?
- (3) Katere so osnovne računске operacije v IEEE in kateri dve operaciji sta problematični s stališča numerične matematike?

2. REŠEVANJE LINEARNIH SISTEMOV

- (1) Zapišite splošen kvadraten sistem linearnih enačb in ga prepisite v matrično obliko. Kdaj je tak sistem rešljiv/enolično rešljiv/ni rešljiv? Koliko operacij je potrebnih za izračun produkta matrike z vektorjem? Kaj pa za produkt dveh matrik?
- (2) Kaj je Gaussova eliminacija in koliko osnovnih računskih operacij je potrebnih za njeno izvedbo?
- (3) Opišite elementarne eliminacije in razložite, kako z njihovo pomočjo uničimo elemente v danem vektorju x . Kako izračunamo inverz elementarne eliminacije in kako izračunamo produkt dveh elementarnih eliminacij?
- (4) Kaj je LU razcep matrike A (brez pivotiranja) in kako ga izračunamo? Koliko operacij je potrebnih za njegov izračun? Kdaj LU razcep brez pivotiranja obstaja? Napišite primer matrike, pri kateri se ne da izračunati LU razcepa brez pivotiranja.
- (5) Kaj je zgornjetrikoten sistem linearnih enačb? Kaj je prema in kaj obratna substitucija za zgornjetrikoten sistem? Koliko operacij zahtevata?
- (6) Kako s pomočjo LU razcepa matrike A izračunamo rešitev linearnega sistema enačb $Ax = b$? Koliko operacij zahteva?
- (7) Kaj je LU razcep matrike A z delnim pivotiranjem? Zakaj ga uvedemo? Opišite postopek za njegov izračun. Kako s pomočjo tega razcepa izračunamo rešitev linearnega sistema enačb $Ax = b$? Koliko operacij zahteva reševanje sistema $Ax = b$ prek LU razcepa z delnim pivotiranjem?
- (8) Kaj je LU razcep s kompletnim pivotiranjem in zakaj se v praksi ne uporablja?
- (9) Kaj lahko poveš o stabilnosti reševanja zgornjetrikotnega sistema prek obratne/preme substitucije?
- (10) Kaj je pivotna rast? Kaj nam pivotna rast pove? Ali je pivotna rast pri delnem pivotiranju omejena? Če da, skicirajte dokaz tega dejstva.
- (11) Kaj lahko poveš o stabilnosti računanja LU razcepa brez pivotiranja/z delnim pivotiranjem/s kompletnim pivotiranjem?

- (12) Kaj je vektorska norma? Navedite nekaj primerov vektorskih norm? Kaj je uporaba vektorskih norm v numerični matematiki?
- (13) Kaj je matrična norma? Navedite nekaj primerov matričnih norm. Kje jih uporabljamo v numerični matematiki?
- (14) Katere iterativne metode za reševanje linearnih sistemov poznaš? Eno od njih podrobno opiši.

3. PREDOLOČENI SISTEMI

- (1) Kaj je predoločen sistem enačb? Napišite primer. Kaj je rešitev predoločenega sistema po metodi najmanjših kvadratov?
- (2) Zapišite predoločen sistem enačb, ki določa regresijsko premico za podatke (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, m$. Interpretirajte rešitev.
- (3) Kako izračunamo rešitev predoločenega sistema preko normalnega sistema?
- (4) Kaj je QR razcep matrike A in kako z njegovo pomočjo pridemo do rešitve predoločenega sistema po metodi najmanjših kvadratov?

4. REŠEVANJE NELINEARNIH ENAČB

- (1) Opišite, kako deluje bisekcija. Koliko korakov bisekcije je potrebnih, da na intervalu $[a, b]$ izračunamo ničlo funkcije f na natančnost 10^{-10} ?
- (2) Kaj je dobro vzeti za zaustavitveni kriterij bisekciji v primeru, ko je odvod funkcije na danem intervalu blizu 0? Kaj pa, ko je odvod relativno velik?
- (3) Kaj pomeni red konvergence? Kako se red konvergence pozna pri dejanski uporabi metode?
- (4) Izpeljite in opišite tangentno metodo ter določite red konvergence.
- (5) Izpeljite in opišite sekantno metodo ter določite red konvergence.
- (6) Izpeljite in opišite metodo regula-falsi.
- (7) Naj bo g iteracijska funkcija. Kaj so fiksne točke za g ? Kdaj so privlačne, kdaj odbojne?
- (8) Kako s postopkom navadne iteracije izračunamo ničle neke nelinearne funkcije f ? Kdaj je hitrost konvergence linearna, kvadratična in kdaj kubična?
- (9) Kateri iteracijski metodi za reševanje sistema nelinearnih enačb poznaš? Eno od njiju opiši.
- (10) Opiši povezavo med reševanjem sistemov enačb in optimizacijo.

5. POLINOMSKA INTERPOLACIJA IN APROKSIMACIJA

- (1) Zapišite sistem enačb, ki določa interpolacijski polinom skozi paroma različne točke (x_i, y_i) , $i = 0, 1, \dots, n$. Kakšno stopnjo polinoma moramo vzeti, če hočemo interpolirati 5 točk? Ali je reševanje tega sistema vedno stabilno?
- (2) Opišite Lagrangeovo obliko interpolacijskega polinoma in njene pomanjkljivosti.
- (3) Opišite Newtonovo obliko interpolacijskega polinoma. Kaj so to deljene difference in kako jih računamo? Kakšne so prednosti Newtonove oblike interpolacijskega polinoma v primerjavi z Lagrangeovo?

- (4) Kaj s stališča interpolacije pomenijo večkratne interpolacijske točke? Čemu so enake deljene diference $f[x_0, x_0]$, $f[x_0, x_0, x_0]$, $f[x_0, x_0, x_0, x_0]$? Zapišite interpolacijski polinom, ki se s funkcijo f ujema v točki x_0 štirikratno, to je v vrednosti in v prvih treh odvodih.
- (5) Ali višanje stopnje interpolacijskega polinoma vedno izboljša prileganje dani funkciji? Utemelji s primerom?
- (6) Naj bo p_n interpolacijski polinom stopnje n za funkcijo f v točkah $x_0 < x_1 < \dots < x_n$. Kakšna je formula za napako interpolacije v neki točki $x \in (x_0, x_n)$? Kako lahko s pomočjo dolžine intervala $[x_0, x_n]$ ocenite del napake, ki ne vsebuje odvodov f ?