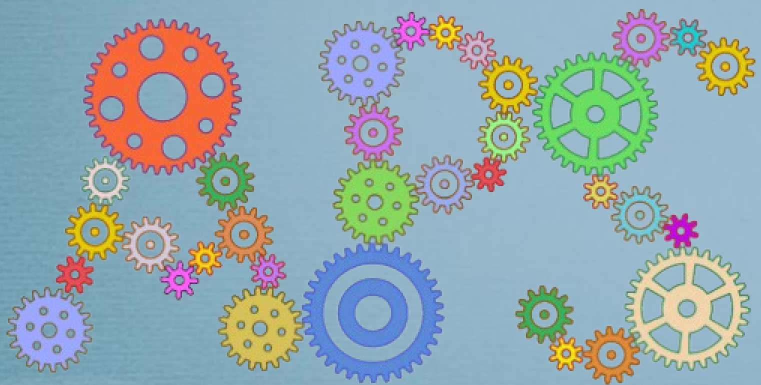
Algoritmi in podatkovne strukture 1

Visokošolski strokovni študij Računalništvo in informatika

Algoritmi na grafih: matrika sosednosti



Jurij Mihelič, UniLj, FRI

Poti v grafih

- Sprehod (*walk*)
  - zaporedje povezav oz. zaporedje vozlišč

    $(v_1,v_2), (v_2,v_3), (v_3,v_4), \ldots, (v_{l-1},v_l)$ oz. $v_1, v_2, v_3, v_4, \ldots, v_l$
  - začetek naslednje povezave je enak koncu prejšnje
- Steza (*trail*)
  - sprehod, kjer vsaka povezava nastopa le enkrat
- Pot (*path*)
  - sprehod oz. steza, kjer vsako vozlišče nastopa le enkrat

Poti v grafih

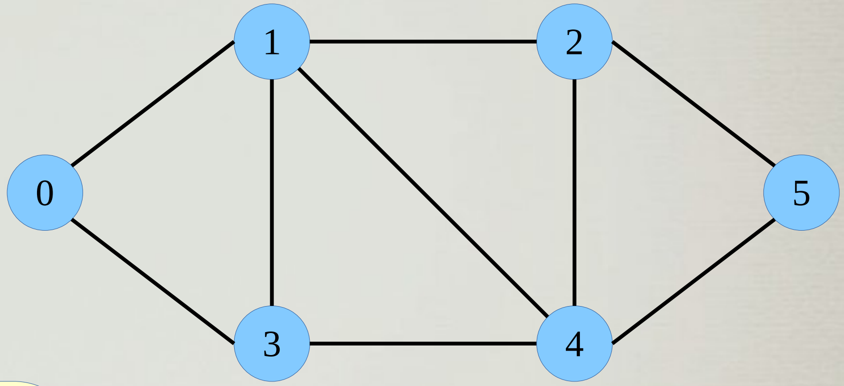
- Dolžina sprehoda
  - število povezav v sprehodu

- Cena sprehoda
  - vsota cen povezav v sprehodu

- Cikel
  - zaprta pot

Število sprehodov

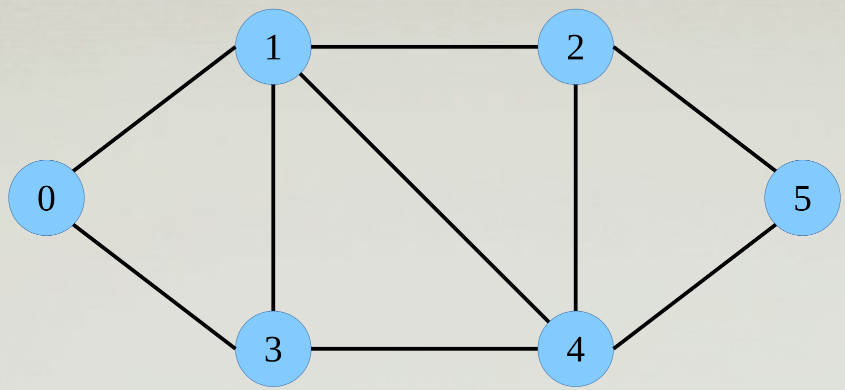
- Problem
  - za **vsak par** vozlišč u in v
    poišči **število sprehodov dolžine l**
    s pričetkom v u in koncem v v



Št. sprehodov dolžine 3
med 2 in 3:
- 2103
- 2143
- 2413
- 2543

Število sprehodov

- Problem
  - vhod



A	0	1	2	3	4	5
0	-	1	-	1	-	-
1	1	-	1	1	1	-
2	-	1	-	-	1	1
3	1	1	-	-	1	-
4	-	1	1	1	-	1
5	-	-	1	-	1	-

  - izhod

A^2	0	1	2	3	4	5
0	2	1	1	1	2	0
1	1	4	1	2	2	2
2	1	1	3	2	2	1
3	1	2	2	3	1	1
4	2	2	2	1	4	1
5	0	2	1	1	1	2

A^3	0	1	2	3	4	5
0	2	6	3	5	3	3
1	6	6	8	7	9	3
2	3	8	4	4	7	5
3	5	7	4	4	8	3
4	3	9	7	8	6	6
5	3	3	5	3	6	2

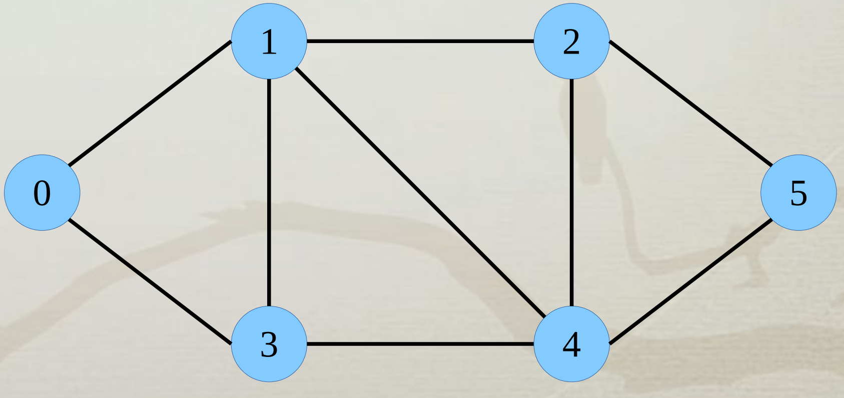
Število sprehodov

- Množenje matrike sosednosti
  - $A, A^2, A^3, \ldots$
  - $A^l = A^{l-1} \cdot A$
  - A^l … št. sprehodov dolžine natanko l
- Časovna zahtevnost
  - $l \cdot O(\mathrm{MM})$
  - MM … matrično množenje

Dosegljivost

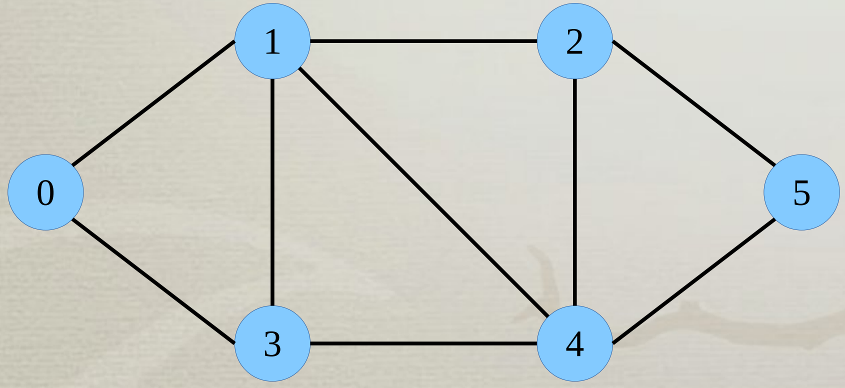
- Dosegljivost vozlišč
  - Ali obstaja pot iz u v v?

- Algoritem
  - Kako dolga je lahko najdaljša pot?
  - pregledamo matrike $A, A^2, A^3, \ldots, A^{n\text{-}1}$
  - $O(\mathrm{n{\cdot}MM})$



Število trikotnikov

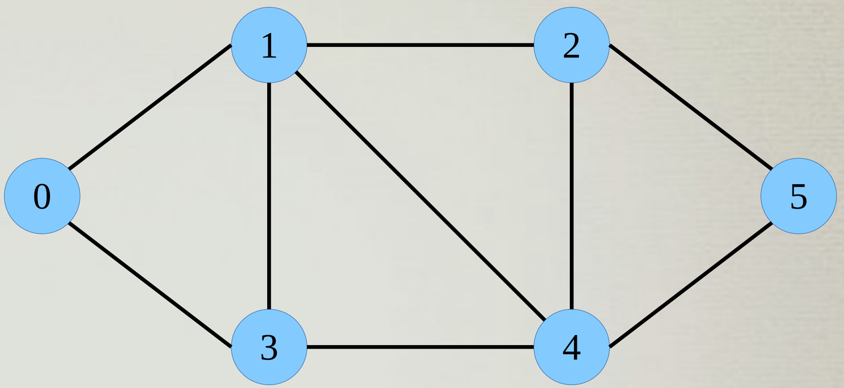
- Motivacija
  - iskanje vzorcev v grafih (družabna omrežja)
    - grafek, graflet (angl. graphlet) = majhen graf
  - koeficient gručenja (angl. clustering coefficient)
    - visok: predstavlja tesno povezane skupnosti
    - cc(v) = število povezav med sosedi / število vseh možnih povezav med sosedi
    - št. povezanih sosedov = št. trikotnikov v vozlišču / 2



cc(2) = 2 / 3
N(2) = { 1, 4, 5 }
povezave med sosedi: 14, 45
možne povezave med sosedi: 14, 15, 45

Število trikotnikov

- Problem
  - v danem grafu preštej trikotnike

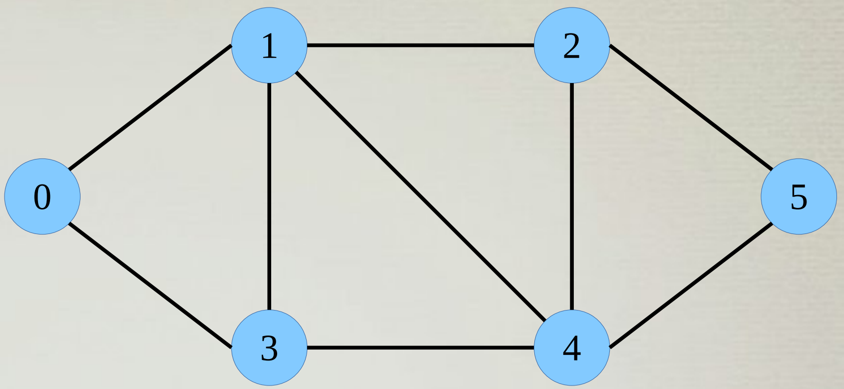


- Vprašanja
  - Kaj je trikotnik?
  - Kakšen sprehod je trikotnik?
  - Koliko trikotnikov se začne vozlišču 0?
  - Koliko trikotnikov vsebuje vozlišče 0?
  - Katero matriko A, A^2, A^3, … potrebujemo?
  - Kje v izbrani matriki najdemo št. trikotnikov?

Število trikotnikov

- Ideja
  - uporabimo sled matrike

$$tr\left(A^3\right)/6 = 1/6\sum_{i=0}^{n-1} a_{ii}^3$$



- Algoritem
  - izračunaj A^3
  - izračunaj sled matrike
    - seštej diagonalne vrednosti
  - deli s 6

A^3	0	1	2	3	4	5
0	2	6	3	5	3	3
1	6	6	8	7	9	3
2	3	8	4	4	7	5
3	5	7	4	4	8	3
4	3	9	7	8	6	6
5	3	3	5	3	6	2