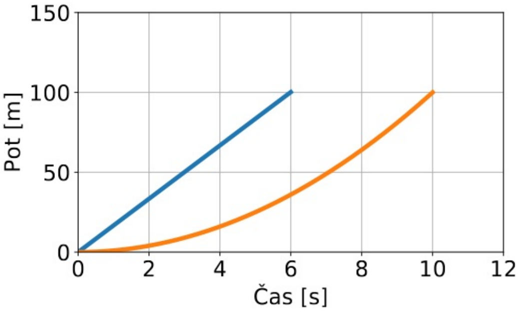
1. Graf prikazuje opravljeno pot avtomobila in motorista v odvisnosti od časa. Avtomobil se giblje enakomerno, motorist pa enakomerno pospešeno.

a) Katero vozilo prvo opravi 100 metrov poti? Koliko časa za prvim vozilom drugo vozilo prevozi razdaljo 100 metrov?

b) Izračunaj pospešek in hitrost avtomobila ob času $t_1 = 5\,\mathrm{s}$.

c) Izračunaj pospešek in hitrost motorista ob času $t_1 = 5\,\mathrm{s}$.



a) čitam iz grafa: avtomobil (modri) je prvi 2

$\Delta t = \underline{\underline{4\,s}}$ 3

b) $a_a = \underline{0\,m/s^2}$ 5

$v_a = \text{constant} = \frac{100\,m}{6\,s} \overset{3}{=} \underline{\underline{16.67\,m/s}}$ 2

c) $s_m = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow \frac{2 s_m}{t^2} = \overset{3}{a_m} = \frac{2 \cdot 100\,m}{(10\,s)^2} = \underline{\underline{2\,m/s^2}}$ 2

$v_m(t = 5\,s) = a_m \cdot \overset{3}{t} = 2\,m/s^2 \cdot 5\,s = \underline{\underline{10\,m/s}}$ 2

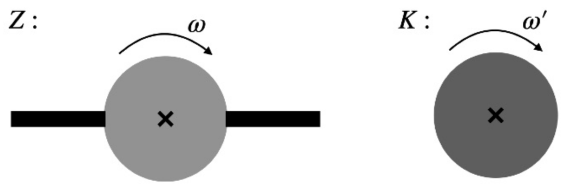
(I)

2. Drsalka Kaori z maso $m_K = 55\,\mathrm{kg}$ na ledu naredi pirueto z začetno kotno hitrostjo $\omega = 3{,}14\,\mathrm{s}^{-1}$ – to je poteza, pri kateri se začne vrteti z iztegnjenimi rokami, ki jih nato skrči in objame svoje telo in si tako poveča hitrost vrtenja. Zaradi preprostosti bomo drsalko Kaori modelirali z valjem z radijem $R = 0{,}4\,\mathrm{m}$, njene roke pa z dvema palicama z $m_r = 2{,}5\,\mathrm{kg}$ in dolžino $0{,}7\,\mathrm{m}$. Predpostavi, da je težišče njenih rok na polovici dolžine rok.

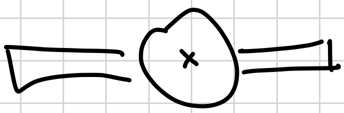
a) Kolikšna je njena vrtilna količina na začetku, ko ima iztegnjene roke? (Kaori je v tem primeru valj + leva roka + desna roka.)

b) Kolikšna pa je njena kotna hitrost na koncu, ko njene roke objemajo telo? (Kaori je v tem primeru le valj.)

c) Za koliko se je Kaori spremenila energija med začetkom in koncem?



a)



$$J_p = \frac{1}{12} m_p d^2 = 0.1021\ \mathrm{kgm^2}$$

$$J_p' = J_p + m_p \left(R + \frac{d}{2}\right)^2 \quad 5$$

$$J_p' = 1.508\ \mathrm{kgm^2}$$

$$J_v = \frac{1}{2} m_v R^2 = 4\ \mathrm{kgm^2}$$

$$J_K = J_v + 2 \cdot J_p'$$

$$\underline{J_K = 7.016\ \mathrm{kgm^2}}$$

$$\Gamma_z = J_K \cdot \omega \ \ 3 \ = 7.016\ \mathrm{kgm^2} \cdot 3.14/\mathrm{s} =$$

$$= \underline{22.03\ \mathrm{kgm^2/s}} \quad 2$$

b) ohranja se vrtilna količina, spremeni se J

$$J_K' = \frac{1}{2} m_K R^2 = \underline{4.4\ \mathrm{kgm^2}} \quad 3$$

$$\Gamma_z = \Gamma_K \rightarrow J_K \omega = J_K' \cdot \omega' \quad 4$$

I

$$\omega' = \frac{J_k}{J_k'} \cdot \omega = \frac{7.016\,kgm^2}{4.4\,kgm^2} \cdot 3.14/s$$

$$= \underline{\underline{5.007/s}} \quad 3$$

c) Sprememba energije?

$$\Delta W = W_{rot}^{(z)} - W_{rot}^{(k)}$$

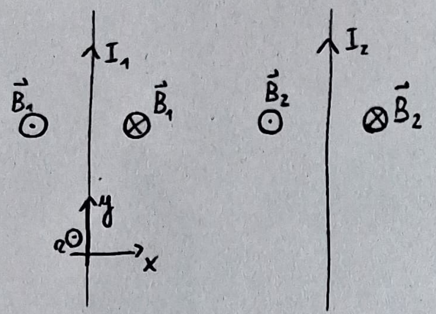
$$= \frac{1}{2} J_k \omega^2 - \frac{1}{2} J_k' \omega'^2 \quad 3$$

$$= 34.587\,J - 55.154\,J$$

$$= \underline{\underline{-20.567\,J}} \quad 2$$

(II)

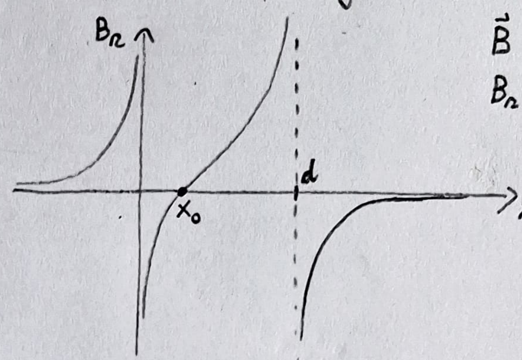
4.



a) Magnetno polje se ustvari krožno okoli vsakega vodnika v x-z ravnini. Na x-osi bo neničelna le z komponenta B_z (glej sliko).

5

b) Upoštevamo $\frac{1}{r}$ odvisnost iz $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ in smo pozorni na predznak komponente!
Npr. na levi strani vodnika I_1 gleda $\vec{B}_1$ v smeri z-osi, torej bo komponenta pozitivna

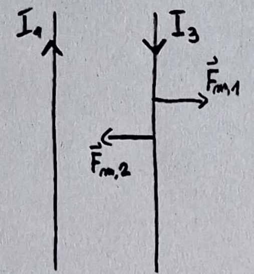


$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

$B_z = B_{1,z} + B_{2,z}$

5

c)



$\vec{F}_m = I_3\, \vec{\ell} \times \vec{B}$

$\vec{F}_m$ vedno deluje samo v x-smeri

$\Rightarrow \quad F_x = -\, I_3 \ell B_z$ ← Skupno polje obeh vodnikov.

$\Rightarrow$ Sila na vodnik bo enaka 0 samo če je $B_z = 0$.

$$B_z = B_{1,z} + B_{2,z}$$

$$B_z(x) = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi (x-d)}$$

Vodnik zamaknjen za d! (Pol v $x = d$)

$$B_z(x_0) = 0$$

5

$$-\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x_0} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi (x_0 - d)} = 0$$

$$-I_1 (x_0 - d) = I_2 x_0$$

$$x_0 (I_1 + I_2) = I_1 d$$

$$\boxed{x_0 = \frac{1}{1 + \frac{I_2}{I_1}}\, d = 1{,}33 \text{ cm}}$$

5

Pravilno smer toka I_3 dobimo recimo iz 2. Newtonovega zakona.

$F_x = m a_x \quad , \quad F_x = -\, I_3 \ell B_z$

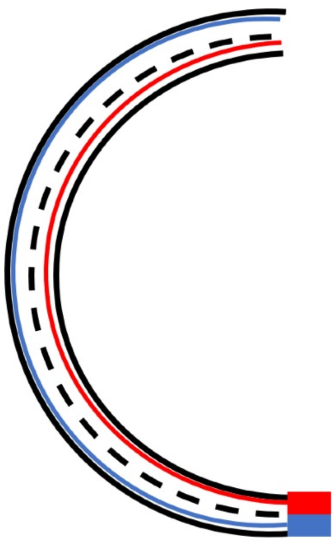
$\Rightarrow \quad m\ddot{x} = -\, I_3 \ell B_z$ 5

V bližini x_0 bo B_z oblike $B_z \approx \alpha (x - x_0)$, kjer je $\alpha > 0$ (Taylorjeva vrsta)
Tako dobimo nihajno enačbo, kar pomeni da bo vodnik I_3 ostal okoli točke x_0.
V primeru nasprotnega predznaka toka I_3 bi v nihajni enačbi dobili $+$, kar nakazuje labilno lego.

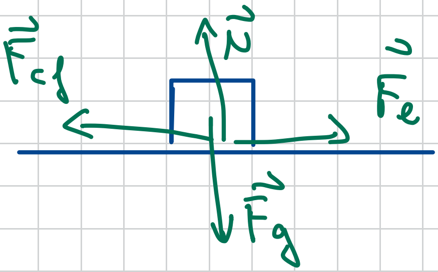
5. Imamo dve vozili, ki na različna načina odpeljeta ovinek. Katero vozilo hitreje prevozi ovinek in za koliko? Za obe vozili upoštevaj, da ima ovinek polmer 57 m.

Prvo vozilo (rdeče na skici) cel ovinek odpelje s konstantno hitrostjo in sicer najvišjo, kot jo dopušča lepenje. Koeficient lepenja med gumami in podlago je $k_l = 0{,}7$.

Drugo vozilo (modro na skici) pripelje v ovinek z začetno hitrostjo $v_0 = 100\,\mathrm{km}/\cancel{\mathrm{s}}\,h$, potem pa ga upočasnjuje trenje med vozilom in steno. Koeficient trenja je 0,1. Predpostavi, da vozilo zavija samo zaradi stika s steno (med vozilom in tlemi ni sile trenja ali lepenja).



rdeče vozilo:
(enakomerno gibanje)



$$F_{cf} = m \cdot a_r = m \frac{v^2}{R}$$

$$F_g = N$$

$$F_e = k_e \cdot N$$

$$\frac{m v^2}{R} = k_e m g \Rightarrow v^2 = \frac{k_e R m g}{m}$$

$$v^2 = k_e R g$$

$$v = \sqrt{k_e R g} = \underline{\underline{19.97\ \mathrm{m/s}}}$$ 5

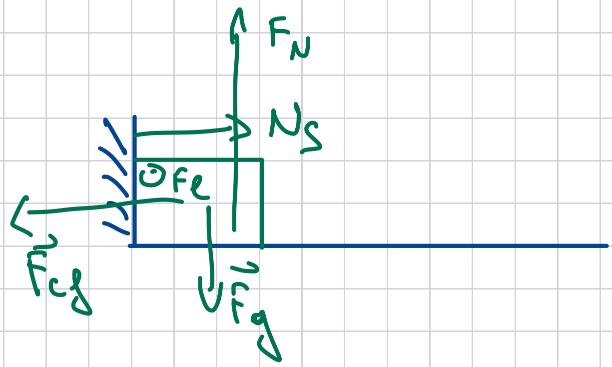
čas da prevozi ovinek:

$$s = \pi \cdot R = v \cdot t \rightarrow t = \frac{\pi \cdot R}{v} = \underline{\underline{8.967\ \mathrm{s}}}$$ 2

T

modro vozilo:

(plošno gibanje)



$F_\ell = k_\ell \cdot N_S$ $\qquad\qquad$ $N_S = F_{cf} = m\frac{v^2}{R}$

$$F_\ell = k_\ell m \frac{v^2}{R}$$

II. NZ: $\quad \sum_i \vec F_i = m\vec a$ $\qquad$ po tangentni komponenti samo F_ℓ

$$-F_\ell = ma$$

$$-k_\ell \cancel{m}\frac{v^2}{R} = \cancel{m}\frac{dv}{dt}$$

$$-k_\ell \frac{v^2}{R} = \frac{dv}{dt} \qquad 5$$

dajmo zamenjat $\quad v = \omega \cdot R$

$\qquad\qquad\qquad\qquad x = \varphi \cdot R$

$$-k_\ell \omega^2 \cdot \cancel{R} = \frac{d\omega R}{dt} = \cancel{R}\frac{d\omega}{dt}$$

$$-k_\ell \omega^2 = \frac{d\omega}{dt}$$

$$-k_\ell dt = \frac{d\omega}{\omega^2} \quad \Big/ \int$$

$$-k_t \cdot t \Big|_0^t = -\frac{1}{\omega}\Big|_{\omega_0}^{\omega} = -\frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega_0}$$

I

$$-k_e t = \frac{1}{w_0} - \frac{1}{w}$$

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_0} + k_e \cdot t$$

$$w(t) = \frac{1}{\frac{1}{w_0} + k_e \cdot t}$$ 5

$$\ell(t) = \int_0^t w(t) = \int_0^t \frac{dt\, w_0}{1 + w_0 k_e t}$$

$u = w_0 k_e t + 1$ $\qquad$ $u(t=0) = 1$

$du = w_0 k_e\, dt$ $\qquad$ $u(t=t) = 1 + w_0 k_e t$

$dt = \frac{du}{w_0 k_e}$

$$\ell(t) = \frac{1}{k_e} \int_1^{1+w_0 k_e t} \frac{du}{u} = \frac{1}{k_e} \ln(1 + w_0 k_e t)$$ 5

Rešujem t':

$$\ell(t') = \pi$$

$$\ell(t') = \pi = \frac{1}{k_e} \ln(1 + w_0 k_e t')$$

$$k_e \cdot \pi = \ln(1 + w_0 k_e t')$$

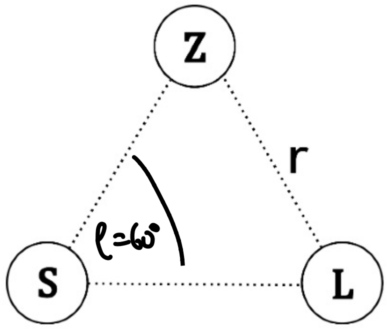
$$w_0 = \frac{v_0}{\ell} = 0.487\ 1/s$$

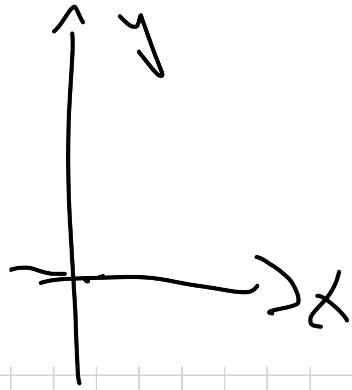
$$e^{k_e \pi} - 1 = w_0 k_e t'$$

$$t' = \frac{e^{k_e \pi} - 1}{w_0 k_e} = \frac{3.69}{w_0} = \underline{7.577\,s}$$ 3

$\Rightarrow$ Zmaga modri za $\underline{1{,}39\,s}$

3. V vesolju so tri telesa: Sonce, Zemlja in Luna. Predpostavi, da so njihove mase $m_S = 10^{27}\,\mathrm{kg}$, $m_Z = 5{,}32 \cdot 10^{26}\,\mathrm{kg}$, $m_L = 2{,}27 \cdot 10^{26}\,\mathrm{kg}$, in da so postavljena v ogljiščih enakostraničnega trikotnika z razdaljo $r = 550\,000\,\mathrm{km}$, kot prikazuje skica. S kakšnim pospeškom in v katero smer se začne gibat vsako izmed teles, če na začetku mirujejo? Smer označi smiselno ali z vektorskim zapisom ali s kotom glede na vodoravnico.





gledam (S):

$$\vec F_L = \left(+\frac{G m_L m_S}{r^2}, 0\right)$$ 5 (za eno pravo silo)

$$\vec F_Z = \left(+\frac{G m_Z m_S}{r^2}\cos 60^\circ, +\frac{G m_Z m_S}{r^2}\sin 60^\circ\right)$$

$$\vec R = \vec F_L + \vec F_Z = +\frac{G m_S}{r^2}\left(m_L + m_Z\cos 60^\circ, m_Z \sin 60^\circ\right)$$

$$\vec R = m_S \cdot \vec a$$

$$\vec a = \frac{\vec R}{m_S} = +\frac{G}{r^2}\left(m_L + m_Z\cos 60^\circ, m_Z \sin 60^\circ\right)$$ 5

$$= 2.205\cdot 10^{-28}\left(4.93\cdot 10^{26}, 4.61\cdot 10^{26}\right)$$

$$\underline{\vec a_S = \left(0.1087\,\mathrm{m/s^2}, 0.1059\,\mathrm{m/s^2}\right)}$$

oz. $|a_S| = 0.1487\,\mathrm{m/s^2}$ 2

$\varphi = 43.06^\circ$ 3

I

gledam ①

$$\vec{F}_S = \left(-\frac{G m_S m_L}{r^2}, 0\right)$$

$$\vec{F}_Z = \left(-\frac{G m_Z m_L}{r^2}\cos 60°, \frac{G m_Z m_L}{r^2}\sin 60°\right)$$

$$\vec{R} = \frac{-G m_L}{r^2}\left(m_S + m_Z\cos 60°, m_Z \sin 60°\right)$$

$$\vec{a}_L = \frac{-G}{r^2}\left(m_S + m_Z\cos 60°, m_Z\sin 60°\right)$$

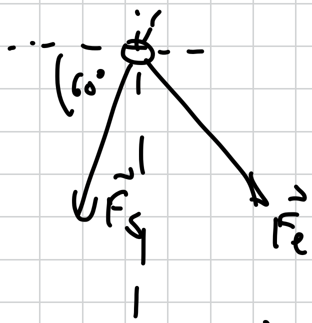
$$\vec{a}_L = -2.205\cdot 10^{-28}\left(-1.266\cdot 10^{27}, 4.607\cdot 10^{26}\right)$$

$$= \underline{\left(-0.2792\ m/s^2, 0.1016\ m/s^2\right)}$$

$$|\vec{a}_L| = 0.2971\ m/s^2$$ 2

$$\varphi = -19.99°$$ 3

gledam ②:



$$\vec{F}_S = \left(-\frac{G m_S m_Z}{r^2}\cos 60°, -\frac{G m_S m_Z}{r^2}\sin 60°\right)$$

$$\vec{F}_L = \left(\frac{G m_L m_Z}{r^2}\cos 60°, +\frac{G m_L m_Z}{r^2}\sin 60°\right)$$

$$R = \frac{G m_Z}{r^2}\left(-m_S\cos 60° + m_L\cos 60°, -m_S\sin 60° + m_L\sin 60°\right)$$

$$\vec{a}_Z = \left(1{,}331\cdot 10^{25}, -2{,}306\cdot 10^{25}\right)/5.32\cdot 10^{26}$$

$$= \left(-0.08522\ m/s^2, -0.2343\ \frac{m}{s^2}\right)$$

$$|\vec{a}_Z| = 0.2493\ m/s^2$$ 2

$$\varphi_Z = 70.01°$$ 3

Ⓘ