

APS2 – Vaje 1. teden

Boris Radovič

1. Asimptotična kompleksnost:
 - (a) Naj bo $f(n) = a_0 + a_1 \cdot n + a_2 \cdot n^2 + \dots + a_d \cdot n^d$ in $a_i > 0 \forall i \leq d$. Dokažite, da velja $f(n) = \Theta(n^d)$.
 - (b) Velja $2^{n+1} = O(2^n)$? Kaj pa $2^{2n} = O(2^n)$?
 - (c) Za O velja simetričnost? Kaj pa tranzitivnost?
2. Naj bo dan niz pozitivnih naravnih števil. Želimo določiti, ali so vsa števila med sabo različna.
 - (a) Napišite psevdokodo algoritma v primeru, da ne smete uporabiti dodatnih podatkovnih struktur. Kakšna je časovna kompleksnost algoritma?
 - (b) Napišite psevdokodo algoritma v primeru, da lahko uporabite dodatne podatkovne strukture. Kakšna je časovna kompleksnost algoritma?
3. Insertion sort:
 - (a) Grafično prikažite delovanje algoritma, če je vhodno zaporedje podatkov $[31, 41, 59, 26, 41, 58]$;
 - (b) Napišite psevdokodo algoritma;
 - (c) Z uporabo asimptotskega simbola O določite časovno zahtevnost algoritma.
 - (d) Kakšna je asimptotska kompleksnost, če je vhodni seznam že "skoraj" urejen?
4. Odgovori na naslednja vprašanja glede maksimalne kopice:
 - (a) Pretvori naslednjo kopico, predstavljeno v tabelarični obliki, v drevesno strukturo:
 $[33; 19; 20; 15; 13; 10; 2; 13; 16; 12]$
A je to kopica?
 - (b) Kako določimo indeks starša, levega in desnega sina danega vozlišča?
 - (c) Kolikšno je najmanjše in največje število elementov v kopici višine h ? Višina kopice h je število povezav od korena do vozlišča v najnižjem nivoju.

- (d) Kje leži največji element v kopici? Kje pa najmanjši?
 - (e) Napišite psevdokodo algoritma `heapify`, ki popravi pozicijo elementa v kopici na indeksu i pod predpostavko, da sta oba sinova korena kopici. `heapify` naj deluje od spodaj navzgor, in sicer naj večje elemente usmeri proti korenu, manjše pa proti listom drevesa.
 - (f) Natančno določite časovno zahtevnost operacije `heapify`. Izrazite jo v odvisnosti od števila elementov (n) in višine kopice (h).
 - (g) Zapišite psevdokodo algoritma za gradnjo kopice. Pri tem uporabite funkcijo `heapify` iz prejšnje naloge.
 - (h) Z uporabo asimptotskega simbola O natančno določite časovno zahtevnost algoritma za gradnjo kopice.
 - (i) Prikaži gradnjo kopice za vhodni seznam
[4, 1, 23, 16, 9, 10, 14, 8, 7]
 - (j) Kaj se zgodi, ko iz kopice odvezamemo največji element?
5. Dano je zaporedje celih števil dolžine n . Napišite algoritem, ki najde k najmanjših elementov v tem zaporedju, ki ima časovno kompleksnost $O(n)$. Dokažite, da ima algoritem linearno časovno zahtevnost z uporabo krovnega teorema (master theorem). Pri tem ne uporabite dodatnih podatkovnih struktur.