



Digitalna vezja UL, FRI



Vaja 7 Ponavlja je za kolokvij

Naloga 1

- ❑ Podano funkcijo $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \equiv x_3) \vee ((x_2 \rightarrow x_3) \downarrow \overline{x_1})$
 - ❑ Funkcijo zapišite v skrajšani in eksplicitni obliki PDNO
 - ❑ Pretvorite v PKNO in PKNO zašišite v skrajšani in eksplicitni obliki.
 - ❑ Poiščite MNO funkcije. Minimizacijo izvedite s Quinenovo metodo minimizacije in postopek primerjajte z minimizacijo s Karnaugh-jevim diagramom.
 - ❑ Preverite ali je funkcija funkcijsko poln sistem (FPS). Linearnost preverite analitično in s pomočjo diagrama. Če funkcija in FSP razširite nabor $\{f\}$ do funkcijske polnosti.



Naloga 1: PDNO

□ PDNO lahko poiščemo:

□ Tabelarično:

x_1	x_2	x_3	$(x_1 \equiv x_3) \vee ((x_2 \rightarrow x_3) \downarrow \bar{x}_1)$	f
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

1. Poiščemo indekse mintermov, pri katerih je funkcijska vrednost 1:

0, 2, 5, 6, 7

2. Zapišemo PDNO

$$f(x_1, x_2, x_3) = \vee^3 (0, 2, 5, 6, 7) \leftarrow$$

$$= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3 \leftarrow$$

□ Analitično:

1. Funkcijo poenostavimo s pomočjo postulatov, lastnosti in definicij osnovnih preklonih funkcij:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3) &= (x_1 \equiv x_3) \vee ((x_2 \rightarrow x_3) \downarrow \bar{x}_1) = \\ &= (x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3) \vee ((\bar{x}_2 \vee x_3) \vee \bar{x}_1) = \\ &= (x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3) \vee ((\bar{x}_2 \vee x_3) x_1) = \\ &= x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_2 \bar{x}_3 x_1 = \end{aligned}$$

1. Funkcijo rezširimo do PDNO oblike:

$$\begin{aligned} &= x_1 x_3 (\bar{x}_2 \vee x_2) \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 (\bar{x}_2 \vee x_2) \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 = \\ &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3 = \\ &= \vee^3 (0, 2, 5, 6, 7) \end{aligned}$$

Skrajšana oblika
PDNO

EksPLICITNA oblika
PDNO



Naloga 1: PKNO

PKNO lahko zapišemo na podlagi:

Tabele:

x_1	x_2	x_3	$(x_1 \equiv x_3) \vee ((x_2 \rightarrow x_3) \downarrow \overline{x_1})$	f
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

- Poiščemo indekse makstermov, pri katerih je funkcijska vrednost 0:

1, 3, 4

- Zapišemo PKNO:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \&^3(1, 3, 4) = (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

Dualnosti med mintermi in makstermi:

- Poiščemo indekse manjkajočih mintermov:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \vee^3(0, 2, 5, 6, 7) \Rightarrow 1, 3, 4$$

- Zapišemo PKNO:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \&^3(1, 3, 4) = (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

Skrajšana oblika
PKNO

Eksplisitna oblika
PKNO

Naloga 1: MDNO

□ MDNO:

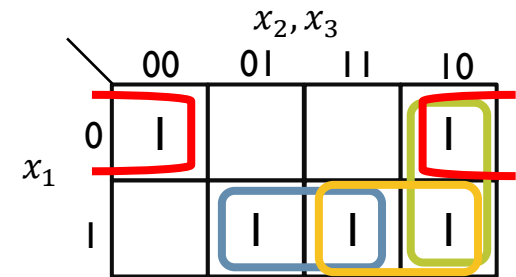
1. Funkcijo zapišemo v PDNO obliki: $f(x_1, x_2, x_3) = \sum (0, 2, 5, 6, 7)$

2. Poiščemo vse glavne vsebovalnike:

□ **Quine-McCluskey metoda** – tabela glavnih vsebovalnikov:

3	2	1
(0) $\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3}$ ✓	(0,2) $\overline{x_1} \overline{x_3}$	
(2) $\overline{x_1} x_2 \overline{x_3}$ ✓	(2,6) $x_2 \overline{x_3}$	
(5) $x_1 \overline{x_2} x_3$ ✓	(5,7) $x_1 x_3$	
(6) $x_1 x_2 \overline{x_3}$ ✓	(6,7) $x_1 x_2$	
(7) $x_1 x_2 x_3$ ✓		

□ **Karnaughjev diagram** – poiščemo vsa največja pokrija, ki pokrijejo 2^n (0, 2, 4, 8, 16, ...) enic, tako da z njimi pokrijemo vse minterme (enice):

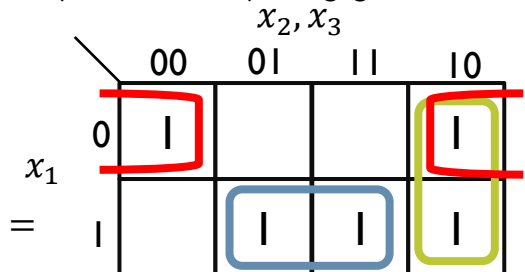


3. Poiščemo potrebne glavne vsebovalnike in zapišemo MDNO:

□ **Quine-McCluskey metoda** – tabela pokritji:

	m_0	m_2	m_5	m_6	m_7
✓ $\overline{x_1} \overline{x_3}$	✓	✓			
$x_2 \overline{x_3}$		✓		✓	
✓ $x_1 x_3$			✓		✓
✓ $x_1 x_2$				✓	✓

□ **Karnaughjev diagram** – poiščemo pokrija, ki nam pokrijejo vsaj eno enico, ki je drugi glavni vsebovalniki ne



$$f_{MDNO} = \overline{x_1} \overline{x_3} \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_2 = \overline{x_1} \overline{x_3} \vee x_1 x_3 \vee \overline{x_2} x_3$$

Naloga 1: MKNO

MDNO:

1. Funkcijo negiramo in jo zapišemo v PDNO obliki:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \vee^3 (0, 2, 5, 6, 7)$$



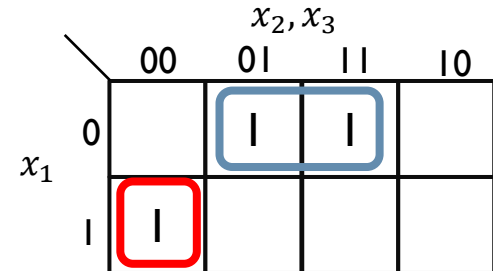
$$\bar{f}(x_1, x_2, x_3) = \vee^3 (1, 3, 4)$$

2. Poiščemo vse glavne vsebovalnike negirane funkcije:

□ **Quine-McCluskey metoda** – tabela glavnih vsebovalnikov:

3	2	1
(1) $\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$ ✓	(1,3) $\bar{x}_1 x_3$	
(3) $\bar{x}_1 x_2 x_3$ ✓		
(4) $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$		

□ **Karnaughjev diagramam** – poiščemo vsa največja pokrija, ki pokrijejo 2^n (1, 2, 4, 8, 16, ...) enic, tako da z njimi pokrijemo vse minterme (enice):



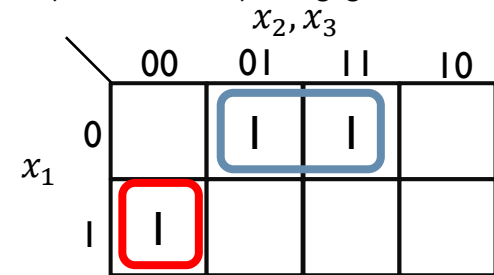
3. Poiščemo potrebne glavne vsebovalnike in zapišemo MDNO:

□ **Quine-McCluskey metoda** – tabela pokritji:

	m_1	m_3	m_4
✓ $\bar{x}_1 x_3$	✓	✓	
✓ $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$			✓

$$\bar{f}_{MDNO} = \bar{x}_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

□ **Karnaughjev diagramam** – poiščemo pokrija, ki nam pokrijejo vsaj eno enico, ki je drugi glavni vsebovalniki ne



4. Negiramo dobljen MDNO in dobimo MKNO originalne funkcije:

$$\begin{aligned} f_{MKNO} &= \overline{\bar{x}_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3} = \\ &= (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3) \end{aligned}$$

Naloga 1: MNO

□ MNO:

1. Določimo MDNO in MKNO:

$$\begin{aligned}f_{MDNO} &= \overline{x_1} \overline{x_3} \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_2 = \overline{x_1} \overline{x_3} \vee x_1 x_3 \vee \overline{x_2} x_3 \\f_{MKNO} &= (x_1 \vee \overline{x_3})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)\end{aligned}$$

2. Določimo kompleksnost (število vrat in vhodov) MDNO in MKNO:

$$\begin{aligned}f_{MDNO} &= \overline{x_1} \overline{x_3} \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_2 = \overline{x_1} \overline{x_3} \vee x_1 x_3 \vee \overline{x_2} x_3 & [4, 9] \\f_{MKNO} &= (x_1 \vee \overline{x_3})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) & [3, 7]\end{aligned}$$

3. Zapišemo MNO – krajši zapis izmed MDNO in MKNO:

$$f_{MNO} = f_{MKNO} = (x_1 \vee \overline{x_3})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



Naloga 1: FSP

- Pripadnost zaprtim razredom T_0, T_1, S in M preverimo tabelarično:

M :
 $(0,0,0) < (0,0,1)$;
 $f(0,0,0) \not\leq f(0,0,1)$

$f \notin M$

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$T_0: f(0,0,0) = 1$
 $f \notin T_0$

$S: f(0,1,0) = f(1,0,1)$
 $f \notin S$

$T_1: f(1,1,1) = 1$
 $f \in T_1$

	T_0	T_1	S	L	M
f	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$

Funkcija ne odpira razreda T_1 , zato ni FSP. Nabor razširimo do funkcijske polnosti z dodajanjem constant ali operatorjev

$\{f, 0\}$ je FSP

- Pripadnost zaprtemu razredu L preverimo:

- Analitično:

- Predpostavimo, da funkcija spada v razred L :

$$f(x_1, x_2, x_3)_L = a_0 \nabla a_1 \cdot x_1 \nabla a_2 \cdot x_2 \nabla a_3 \cdot x_3 = f(x_1, x_2, x_3)$$

- Določimo koeficiente a_0, a_1, a_3 :

$$f(0,0,0)_L = a_0 \nabla a_1 0 \nabla a_2 0 \nabla a_3 0 = 1 \quad (a_0 = 1)$$

$$f(0,0,1)_L = 1 \nabla a_1 0 \nabla a_2 0 \nabla a_3 1 = 1 \nabla a_3 = 0 \quad (a_3 = 1)$$

$$f(0,1,0)_L = 1 \nabla a_1 0 \nabla a_2 1 \nabla a_3 0 = 1 \nabla a_2 = 1 \quad (a_2 = 0)$$

$$f(1,0,0)_L = 1 \nabla a_1 \cdot 1 \nabla a_2 \cdot 0 \nabla a_3 0 = 1 \nabla a_1 = 0 \quad (a_1 = 1)$$

- Preverimo ali se dobljena funkcija $f(x_1, x_2, x_3)_L$ ujema s podano funkcijo $f(x_1, x_2, x_3)$:

$$f(x_1, x_2, x_3)_L = 1 \nabla 1 \cdot x_1 \nabla 0 \cdot x_2 \nabla 1 \cdot x_3 = 1 \nabla x_1 \nabla x_3$$

$$f \notin L \quad \leftarrow \quad f(1,1,0) = 1 \neq f(1,1,0)_L = 1 \nabla 1 \nabla 0 = 0$$

- S Karnaughjevim diagramom:

$$\overline{x_2} \overline{x_3} : \overline{x_2} x_3$$

Popolnoma različna

$$\overline{x_2} : x_2$$

Niti popolnoma enaka, niti popolnoma različna x_1

$f \notin L$

	x_2, x_3			
	00	01	11	10
0	1			1
1		1	1	1

Naloga 2

- ❑ Podano funkcijo $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \&^4(0,2,3,7,8,10,11,15)$:
 - ❑ PKNO zapišite v eksplicitni obliki.
 - ❑ PKNO pretvorite v PDNO in PDNO zapišite v skrajšani ter eksplicitni obliki.
 - ❑ Poiščite MNO funkcije. Minimizacijo izvedite s Quinenovo metodo minimizacije in postopek primerjajte z minimizacijo s Karnaugh-jevim diagramom.
 - ❑ Preverite ali je funkcija funkcijsko poln sistem (FPS). Linearnost preverite analitično in s pomočjo diagrama. Če funkcija in FSP razširite nabor $\{f\}$ do funkcijske polnosti.

