

1	2	3	4	Σ

Vpisna številka							

Ime in priimek

Naloga 1 [10 točk]

Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -4 & 2 & 0 \\ -6 & 0 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Preko LU razcepa z delnim pivotiranjem izračunajte rešitev linearnega sistema $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$.

Naloga 2 [10 točk]

Na strežniku merimo količino pretočenih podatkov d v odvisnosti od časa t . Ob času $t = 0$ je seveda količina pretočenih podatkov enaka 0. Ob času $t = 2$ je količina d enaka 32, ob času $t = 3$ pa $d = 48$. Na koncu meritve ob času $t = 4$ je količina d enaka 56, takrat pa se strežnik tudi zaustavi in je zato takrat hitrost pretočenih podatkov enaka nič.

Zapišite interpolacijske podatke in bazne funkcije za zapis rešitve v Newtonovi obliki. Določite Newtonov interpolacijski polinom, ki opisuje količino pretočenih podatkov v odvisnosti od časa.

Naloga 3 [10 točk]

Radi bi določili funkcijo f , oblike $f(x) = \alpha \sin(x) + \beta \cos(x)$, ki se v točkah $x = -\pi/2, 0, \pi/2$ najbolj prilega konstantni funkciji $g(x) = 1$ po metodi najmanjših kvadratov. Zapišite predoločen sistem in iz njega izpeljite normalni sistem. Rešite normalni sistem in zapišite funkcijo f , ki se najbolj prilega dani funkciji g .

Naloga 4 [10 točk]

Dan je začetni problem

$$y' = \frac{1+2y}{1+x}, \quad x \geq 0, y(0) = 1,$$

s točno rešitvijo $y(x) = 1 + 3/2 \, x(x+2)$. Izračunajte približek za $y(1)$ tako, da napravite en korak Runge–Kutta metode, ki je odvisna od parametra $\alpha > 0$ in je podana z Butcherjevo shemo

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ \alpha & \alpha & 0 \\ \hline & 1 - 1/\alpha & 1/\alpha \end{array}.$$

Za katere vrednosti α se približek in točna vrednost po absolutni vrednosti razlikujeta za manj kot $1/2$?