
Ime in priimek

--	--	--	--	--

1 2 3 4 Σ

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

Naloga 1 [10 točk]

Podana sta matrika A in vektor $\mathbf{b}$,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Preko modificiranega Gram-Schmidtovega algoritma izračunajte QR razcep matrike A in rešite predoločen sistem za matriko A in vektor $\mathbf{b}$. Za iskano rešitev $\mathbf{x}$ izračunajte še $\|\mathbf{b} - A\mathbf{x}\|_2$.

Naloga 2 [10 točk]

Hidrološki inštitut želi čim bolj natančno predvideti količino pretočene vode $v(t)$ potoka (v m^3) v odvisnosti od časa t (v minutah). Ob začetnem času je količina pretočene vode enaka 0 m^3 , pretok vode pa je enak $10 \text{ m}^3/\text{min}$. Ob izteku polovice minute in ene minute je pretočenih 100 oz. 300 m^3 vode.

Zapišite interpolacijski polinom v Newtonovi obliki, ki opisuje količino pretočene vode $v(t)$ v odvisnosti od časa t . Izračunajte vrednost polinoma pri $t = 1.5$ in tako napovejte količino pretočene vode v prihodnosti.

Naloga 3 [10 točk]

Iščemo numerični približek za ničlo polinoma

$$p(x) = -x^2 + x + 1$$

na intervalu $[0, 4]$. Pokažite, da ima p ničlo na tem intervalu. Izvedite 3 korake metode bisekcije za začetni interval $[0, 4]$. Koliko korakov bi potrebovali, da bi bila napaka približka zagotovo manjša od 10^{-6} ?

Naloga 4 [10 točk]

Dana je diferencialna enačba drugega reda

$$y'' = \frac{y'}{x}$$

z začetnima pogojema $y(1/3) = 0$, $y'(1/3) = 1$. Enačbo prevedite na sistem enačb prvega reda ter izračunajte numerični približek za $y_1 \approx y(4/3)$ s korakom $h = 1$ z uporabo modificirane Eulerjeve metode. Izračunajte napako numeričnega približka, če veste, da je točna rešitev $y(x) = 3/2 x^2 - 1/6$.