



# Digitalna vezja UL, FRI



Vaja 3 Quineova metoda minimizacije

# Sosednost in vsebovalniki

---

## □ Sosednost

Dva konjunktivna logična izraza sta sosedna, če se razlikujeta po natanko eni negaciji:

- I. Oba izraza vsebujeta enake vhodne spremenljivke
- II. Razlikujeta se po točno eni negaciji

Primer:

Zapiši vse sosede izraza  $\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$ !

## □ Vsebovalnik

Konjunktiven izraz, ki pokrije skupino enic/mintermov

## □ Glavni vsebovalnik

Najkrajši možen konjunktiven izraz, ki pokrije skupino enic/mintermov

Primer:

$$\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \vee \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3 = \underbrace{\overline{x_1} \cdot x_3}_{\text{Glavni}} \cdot \underbrace{(\overline{x_2} \vee x_2)}_{=1} = \overline{x_1} \cdot x_3$$

**vsebovalnik**

# Minimalna disjunktivna normalna oblika (MDNO) in Tabelarična Quine-McCluskey metoda minimizacije

---

## ❑ Minimalna disjunktivna normalna oblika (MDNO)

- Najkrajša možna disjunktivna normalna oblika zapisa funkcije
- Izhajamo in zapisa PDNO in izraz poenostavimo na podlagi sosednosti in potrebnih glavnih vsebovalnikov

## ❑ Tabelarična Quine-McCluskey metoda minimizacije

### 1. Tabela glavnih vsebovalnikov:

- Tabela z  $n$  stolpci ( $n$  – št. vhodnih spremenljivk)
- V stolpec  $n$  zapišemo minterme, v stolpec  $i-1$  pa sosedne člene zapisane v stolcu  $i$  in njihove glavne vsebovalnike

### 2. Tabela potrebnih glavnih vsebovalnikov:

- V stolpce zapišemo minterme, ki jih moramo pokriti,
- V vrstice zapišemo glavne vsebovalnike in njihova pokritja mintermov
- Na podlagi tabele potrebnih glavnih vsebovalnikov določimo najmanjšo množico glavnih vsebovalnikov, ki pokrijejo vse minterme

### 3. Zapišemo MDNO v eksplicitni obliki

# Minimalna disjunktivna normalna oblika (MDNO) in Tabelarična Quine-McCluskey metoda minimizacije

**Primer:** Z metodo Quine-McCluskey zapiši MDNO za  $f = v^3$  (1, 2, 3, 6, 7)!

1. Tabela glavnih vsebovalnikov:

| 3                                                    | 2                                       | 1                    |
|------------------------------------------------------|-----------------------------------------|----------------------|
| (1) $\overline{x_1} \overline{x_2} x_3$ $\checkmark$ | (1,3) $\overline{x_1} x_3$              | ((2,3), (6,7)) $x_2$ |
| (2) $\overline{x_1} x_2 \overline{x_3}$ $\checkmark$ | (2,3) $\overline{x_1} x_2$ $\checkmark$ | ((2,6), (3,7))       |
| (3) $\overline{x_1} x_2 x_3$ $\checkmark$            | (2,6) $x_2 \overline{x_3}$ $\checkmark$ |                      |
| (6) $x_1 x_2 \overline{x_3}$ $\checkmark$            | (3,7) $x_2 x_3$ $\checkmark$            |                      |
| (7) $x_1 x_2 x_3$ $\checkmark$                       | (6,7) $x_1 x_2$ $\checkmark$            |                      |

2. Tabela pokritij mintermov in določitev potrebnih glavnih vsebovalnikov:

|              |                      | $m_1$        | $m_2$        | $m_3$        | $m_6$        | $m_7$        |
|--------------|----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\checkmark$ | $\overline{x_1} x_3$ | $\checkmark$ |              | $\checkmark$ |              |              |
| $\checkmark$ | $x_2$                |              | $\checkmark$ | $\checkmark$ | $\checkmark$ | $\checkmark$ |

3. Zapis MDNO:

$$f_{MDNO}(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1} x_3 \vee x_2$$

# Minimalna konjunktivna normalna oblika (MKNO)

## Minimalna konjunktivna normalna oblika (MKNO)

- Najkrajša možna konjunktivna normalna oblika zapisa funkcije
- **Določitev MKNO:**
  - funkcijo negiramo,
  - določimo MDNO negirane funkcije,
  - negiramo MDNO negirane funkcije in dobimo MKNO izhodiščne funkcije

### Primer:

Z metodo Quine-McCluskey zapiši MKNO za  $f = v^3 (1, 2, 3, 6, 7)$ !

1. Funkcijo negiramo:

$$\bar{f} = v^3 (0, 4, 5)$$

2. Določimo MDNO negirane funkcije:

| 3                                                | 2                           | 1 |
|--------------------------------------------------|-----------------------------|---|
| (0) $\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$ $\checkmark$ | (0,4) $\bar{x}_2 \bar{x}_3$ |   |
| (4) $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$ $\checkmark$       | (4,5) $x_1 \bar{x}_2$       |   |
| (5) $x_1 \bar{x}_2 x_3$ $\checkmark$             |                             |   |

# Minimalna konjunktivna normalna oblika (MKNO)

---

|   |                                 | $m_0$ | $m_4$ | $m_5$ |
|---|---------------------------------|-------|-------|-------|
| ✓ | $\overline{x_2} \overline{x_3}$ | ✓     | ✓     |       |
| ✓ | $x_1 \overline{x_2}$            |       | ✓     | ✓     |

MDNO:

$$\bar{f}_{MDNO}(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_2} \overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_2}$$

3. Negiramo MDNO negirane funkcije in zapišemo MKNO izhodiščne funkcije:

$$\begin{aligned} f_{MKNO}(x_1, x_2, x_3) &= \bar{\bar{f}}_{MDNO}(x_1, x_2, x_3) = \\ &= \overline{\overline{x_2} \overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_2}} = \\ &= (x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2) \end{aligned}$$

# Minimalna normalna oblika (MNO)

## □ Minimalna normalna oblika (MNO)

- Najkrajši normalni zapis funkcije – predstavlja krajšo izmed MDNO in MKNO

### ▪ Določitev MNO:

- določimo MDNO in MKNO
- določimo kompleksnost MDNO in MKNO:
  - **Operatorji** – število porabljenih konjunkcij in disjunkcij
  - **Vhodi** – skupno število vhodov v konjunkcije in disjunkcije
- MNO je tista, ki ima manjše število operatorjev, če je to število enako, potem je manjša tista, ki ima manj vhodov.

## Primer:

Za funkcijo  $f = \vee^3 (0, 2, 3, 6)$  določi MNO!

|               | $f_{MDNO}(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_3 \vee x_2$ | $f_{MKNO}(x_1, x_2, x_3) = (x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2)$ |
|---------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| # operatorjev | 2                                                  | 3                                                              |
| # vhodov      | 4                                                  | 6                                                              |

$$f_{MNO}(x_1, x_2, x_3) = f_{MDNO}(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_3 \vee x_2$$

# Naloga

---

Podana je funkcija  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \vee^4 (0, 1, 4, 5, 11, 15)$ .

Zapišite:

1. PDNO v eksplicitni obliki
2. PKNO v skrajšani obliki (pretvorba z uporabo relacij za dualne terme)
3. PKNO v eksplicitni obliki
4. MDNO z uporabo metode Quine-McCluskey
5. MKNO z uporabo metode Quine-McCluskey
6. MNO
7. MNO realizirajte v Logisimu in na protoboardu