



# Digitalna vezja UL, FRI



Vaja 7 Dvojiška aritmetika

# Števila

---

## □ Dvojiški zapis števil (bin):

- Nepredznačena števila ( $n$  bitov  $\Rightarrow$  števila od  $0 - 2^n - 1$ )
- Pozicijski zapis števil: vsak bit ima svojo težo glede na pozicijo.
- MSB: most significant bit
- LSB: least sig significant bit

## □ Šestnajstiški zapis števil (hex)

- Ena številka (nibble) predstavlja 4 bite: 0, 1, ..., 9, A, B, ..., F
- Predpona 0x
- Pretvorba med bin in hex je določena s 4 biti.

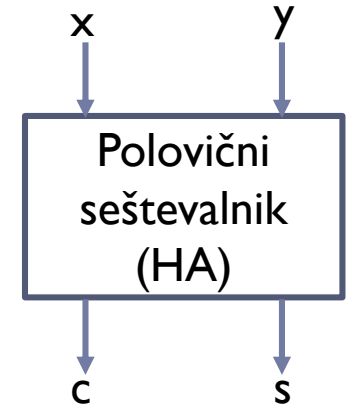
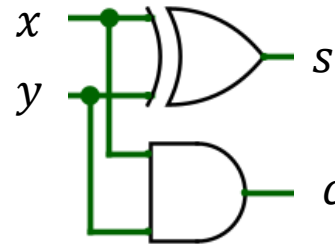
□ Seštevanje:  $S = A + B$  ( $S$  - vsota;  $A, B$  - seštevanca ali operanda)

□ Odštevanje:  $D = A - B$  ( $D$  - razlika;  $A$  - zmanjševanec,  $B$  - odštevanec)

# Seštevalniki

- Polovični seštevalnik (HA):  $s = x \nabla y, c = x \cdot y$

| x | y | c | s |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

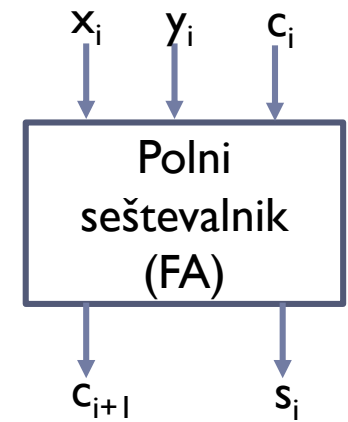
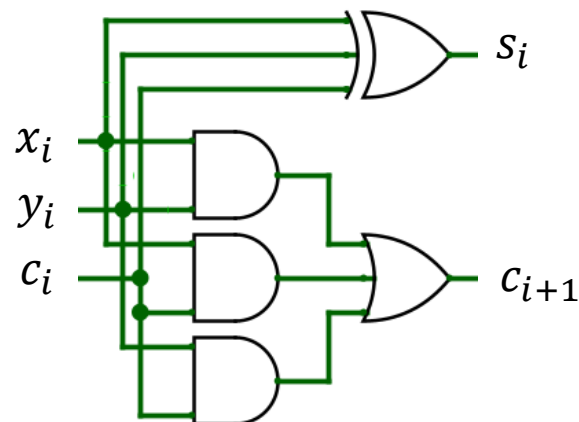


- Polni seštevalnik (FA):

| $x_i$ | $y_i$ | $c_i$ | $c_{i+1}$ | $s_i$ |
|-------|-------|-------|-----------|-------|
| 0     | 0     | 0     | 0         | 0     |
| 0     | 0     | 1     | 0         | 1     |
| 0     | 1     | 0     | 0         | 1     |
| 0     | 1     | 1     | 1         | 0     |
| 1     | 0     | 0     | 0         | 1     |
| 1     | 0     | 1     | 1         | 0     |
| 1     | 1     | 0     | 1         | 0     |
| 1     | 1     | 1     | 1         | 1     |

$$s_i = x_i \nabla y_i \nabla c_i$$

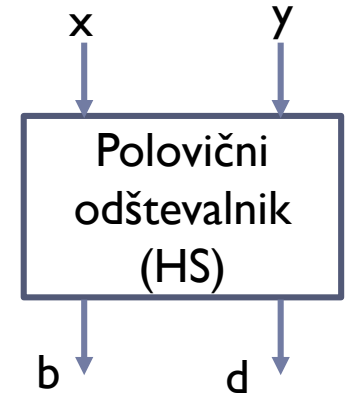
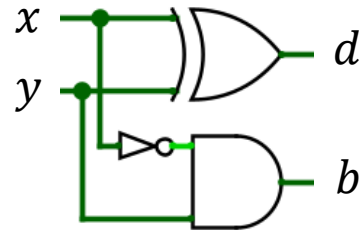
$$c_{i+1} = x_i \cdot y_i \vee x_i \cdot c_i \vee y_i \cdot c_i$$



# Odštevalniki

- POLOVIČNI odštevalnik (HS):  $d = x_i \nabla y_i$ ;  $b = \bar{x}_i \cdot y_i$

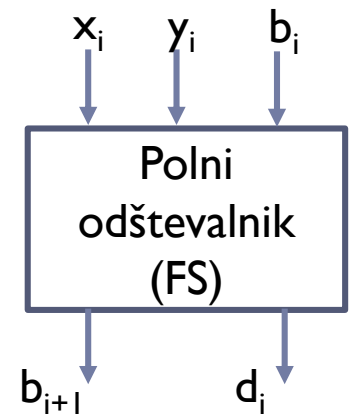
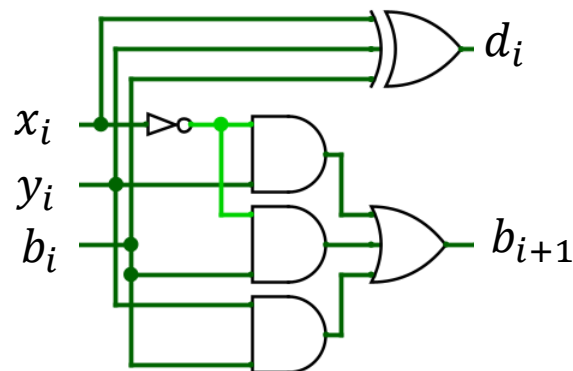
| x | y | b | d |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |



- POLNI odštevalnik (FS):  $d_i = x_i \nabla y_i \nabla b_i$

| $x_i$ | $y_i$ | $b_i$ | $b_{i+1}$ | $d_i$ |
|-------|-------|-------|-----------|-------|
| 0     | 0     | 0     | 0         | 0     |
| 0     | 0     | 1     | 0         | 1     |
| 0     | 1     | 0     | 0         | 1     |
| 0     | 1     | 1     | 1         | 0     |
| 1     | 0     | 0     | 0         | 1     |
| 1     | 0     | 1     | 1         | 0     |
| 1     | 1     | 0     | 1         | 0     |
| 1     | 1     | 1     | 1         | 1     |

$$b_{i+1} = \bar{x}_i \cdot y_i \vee \bar{x}_i \cdot b_i \vee y_i \cdot b_i$$



# Predznačena števila

- ❑ Številu  $X$  dodamo dodaten bit, to je predznak:
  - Pozitivno število - vrednost je binarni zapis števila  $X$  in predznak 0.
  - Negativno število - vrednost je 2'Komplement števila  $X$  in predznak 1 (negativna vrednost števila  $X$  je  $2^n - X$ ).
- ❑ Zapis števila:
  - $X$  pretvorimo v eniški komplement (1'K):  $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0$  in prištejemo 1 ( $Y = X' + 1$ )

Primer:  $X = 6 \rightarrow Y = -6$  (pretvorba števila z dodanim predznakom)

|   |   |   |     |    |
|---|---|---|-----|----|
| 1 | 1 | 0 |     | 6  |
| 0 | 0 | 1 | 1'K |    |
|   |   | 1 | +1  |    |
| 0 | 1 | 0 | 2'K | -6 |

**0** 1 1 0 = +6

Predznak (+)    Vrednost

**1** 0 1 0 = -6

Predznak (-)    2' komplement

- ❑ Zapis števila na 8-bitov – raztegnemo predznak (vodilna 0 ali vodilna 1)
 

(+6) → 00000110                      (-6) → 11111010

# Primer 1: 4-bitni seštevalnik z zastavicami N, Z, V, C

- Realizirajte 4-bitni plazoviti seštevalnik, ki je sestavljen iz polnih seštevalnikov.
  - V tabeli zapišite primer izračuna  $S = A + B$ , če sta sta števili  $A = 6$ , in  $B = 4$  dve predznačeni števili.
  - Določite izhode in preklopne funkcije za zastavice N, Z, V, C.
  - Preverite, če dobite na izhodu pravi rezultat ter vezje po potrebi prilagodite, tako da se izognete prelivu.
  - Dobljeno vezje nato realizirajte v Logisimu in dodajte vhod  $C_{in}$  na polni seštevalnik na bitu 0.

Preliv: V (oVerflow)

$$V = c_4 \nabla c_3 = 1$$

|   |   |   |       |       |       |       |       |   |           |
|---|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|---|-----------|
| X |   |   | 0     | 1     | 1     | 0     |       |   | $6_{10}$  |
| Y |   |   | 0     | 1     | 0     | 0     |       | + | $4_{10}$  |
|   |   |   | $c_4$ | $c_3$ | $c_2$ | $c_1$ | $c_0$ |   |           |
|   | + | 0 | 1     | 0     | 0     |       |       |   |           |
| S |   |   | 1     | 0     | 1     | 0     |       |   | $10_{10}$ |

Prenos: C (Carry)

$$C = c_4 = 0$$

Z (Zero)

$$Z = \bar{s}_3 \cdot \bar{s}_2 \cdot \bar{s}_1 \cdot \bar{s}_0$$

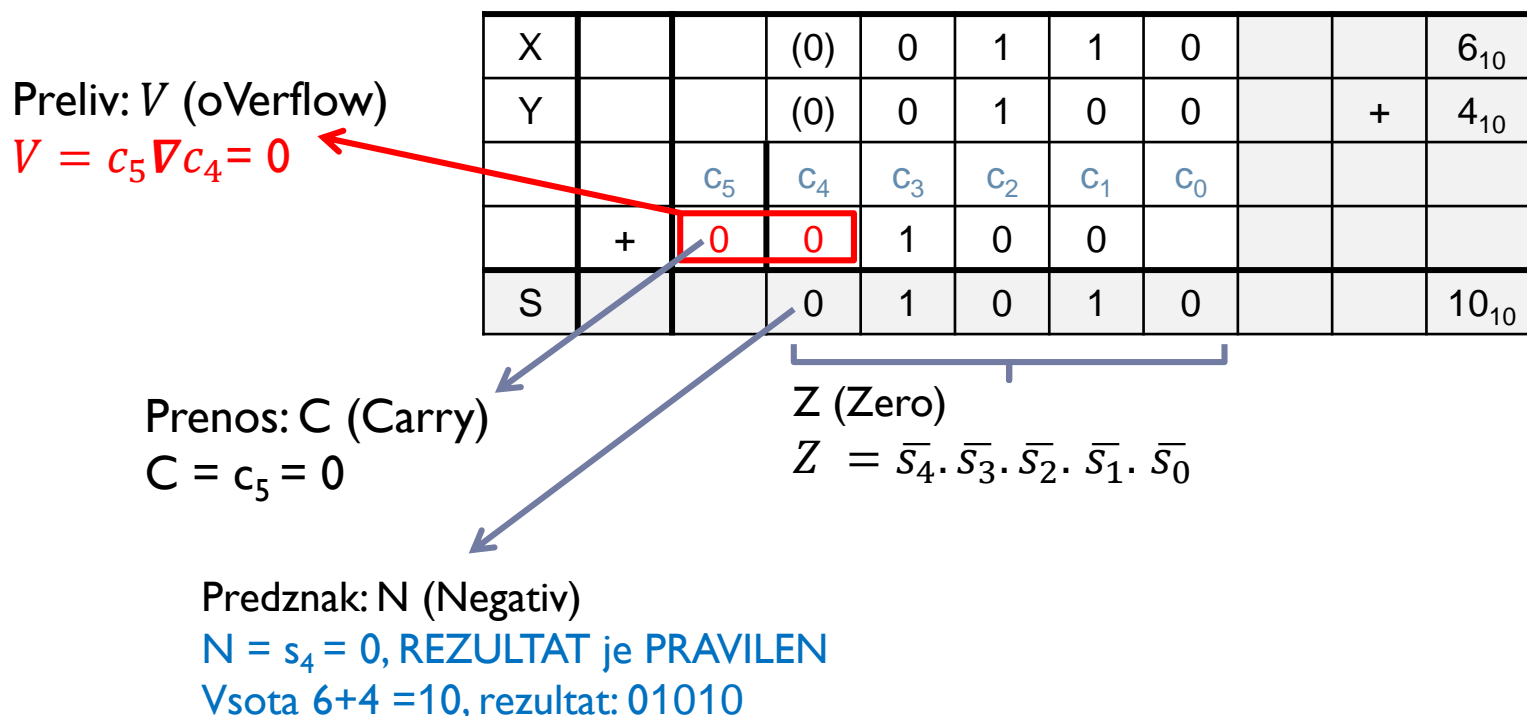
Predznak: N (Negativ)

$N = s_3 = 1$ , REZULTAT je NAPAČEN

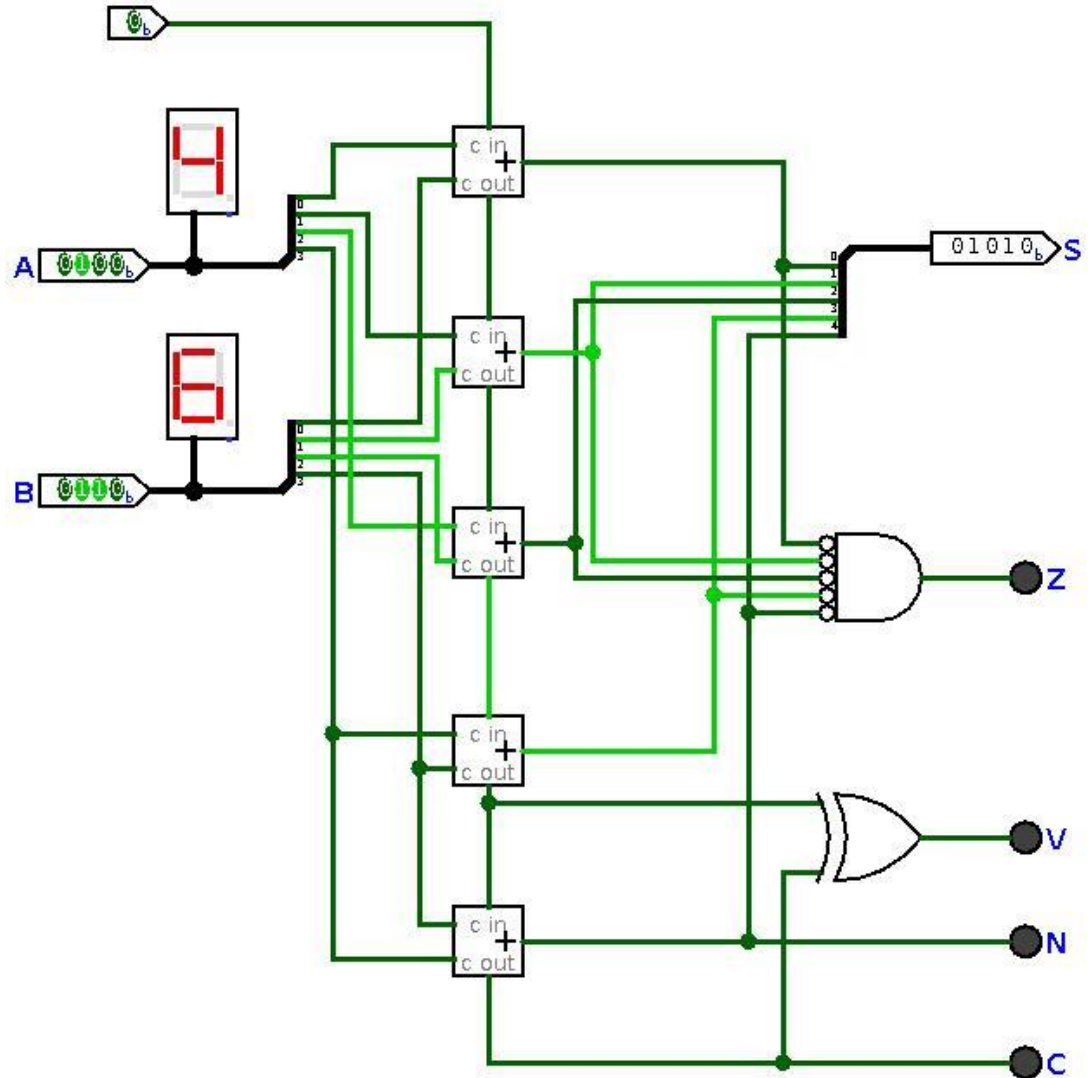
Vsota  $6+4=10$ , rezultat:  $1010 \Rightarrow 0101+1=0110$

# Primer 1: 4-bitni seštevalnik z zastavicami N, Z, V, C

Realizacija 4-bitni plazovnega seštevalnika s podvojenim vodilnim bitom, s čimer se izognemo prelivu:



## Shema vezja v Logisimu





## Primer 2: 4-bitni odštevalnik z zastavicami N, Z, V, C

- Realizirajte 4-bitni plazoviti odštevalnik, ki je sestavljen iz polnih odštevalnikov.
  - V tabeli zapišite primer izračuna  $S = A - B$ , če sta števil  $A = 6$ , in  $B = 4$  dve predznačeni števili.

$$S = A - B = A + (-B)$$



Izračunamo dvojiški komplement

|   |   |   |     |    |
|---|---|---|-----|----|
| 1 | 0 | 0 |     | 4  |
| 0 | 1 | 1 | 1'K |    |
|   |   | 1 | +1  |    |
| 1 | 0 | 0 | 2'K | -4 |

Preliv:  $V$  (oVerflow)

$$V = c_4 \nabla c_3 = 0$$

|   |   |       |       |       |       |       |  |   |          |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|--|---|----------|
| X |   |       | 0     | 1     | 1     | 0     |  |   | $6_{10}$ |
| Y |   |       | 1     | 1     | 0     | 0     |  | - | $4_{10}$ |
|   |   | $c_4$ | $c_3$ | $c_2$ | $c_1$ | $c_0$ |  |   |          |
|   | + | 1     | 1     | 0     | 0     |       |  |   |          |
| S |   |       | 0     | 0     | 1     | 0     |  |   | $2_{10}$ |

Prenos:  $C$  (Carry)

$$C = c_4 = 1$$

$Z$  (Zero)

$$Z = \bar{s}_3 \cdot \bar{s}_2 \cdot \bar{s}_1 \cdot \bar{s}_0$$

Predznak:  $N$  (Negativ)

$$N = s_3 = 0$$

Razlika  $6-4 = 2$ , rezultat:  $0010 = 2_{10}$

# Naloge:

---

- Realizirajte vezje za pretvorbo 4-bitnega predznačenega števila ( $N$ ) v dvojiški komplement  $K = -N$ .

Vhodi:  $N = (b_3, b_2, b_1, b_0)$

Izhodi:  $K = (k_3, k_2, k_1, k_0)$

- Zapišite pravilnostno tabelo.
  - Za izhoda  $k_3$  in  $k_2$  določite izvedbo z multiplekserji (MUX 8/1, MUX 4/1), za izhoda  $k_1, k_0$  poiščite MDNO in ju zapišite z logičnimi vrati (AND, OR, NOT, XOR).
  - Realizirajte vezje v Logisimu in preverite delovanje.
- 
- Digitalno vezje za povečevanje in zmanjševanje števila  $B = (b_2, b_1, b_0)$ , rezultat se shrani v število  $C = (c_2, c_1, c_0)$ :
    - $A = 0$ , povečevanje števila  $C = B + 2$  (Inkrementer)
    - $A = 1$ , zmanjševanje števila  $C = B - 2$  (Dekrementer)Zapišite pravilnostno tabelo in poiščite najbolj enostavno rešitev tako, da uporabite en MUX 4/1 in en negator.
- 

