

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
Σ	

NAVODILA

- **Ne odpirajte te pole**, dokler ne dobite dovoljenja.
- **Preden začnete reševati test:**
 - Vpišite svoje podatke na testno polo z velikimi tiskanimi črkami.
 - Na vidno mesto položite osebni dokument s sliko in študentsko izkaznico.
 - Preverite, da imate mobilni telefon izklopljen in spravljen v torbi.
 - Prijavite se na spletno učilnico, kamor boste oddajali nekatere odgovore.
- Dovoljeni pripomočki: pisalo, brisalo, gradivo predčasno naloženo na spletni učilnici, in poljubno pisno gradivo.
- Rešitve vpisujte v polo ali jih oddajte preko spletne učilnice. Pri odgovorih, ki ste jih oddali na spletni učilnici, na poli zapišite “odgovor je v datoteki `<ime_datoteke>`”.
- Če kaj potrebujete, prosite asistenta in ne sosedov.
- **Med izpitom ne zapuščajte svojega mesta** brez dovoljenja.
- Testna pola vam bo odvzeta **brez nadaljnjih opozoril**, če:
 - komunicirate s komerkoli (ali LLM-i), razen z asistentom,
 - komu podate kak predmet ali list papirja,
 - odrinete svoje gradivo, da ga lahko vidi kdo drug,
 - na kak drug način prepisujete ali pomagате komu prepisovati,
 - imate na vidnem mestu mobilni telefon ali druge elektronske naprave.
- **Ob koncu izpita:**
 - Ko asistent razglasi konec izpita, **takoj** nehajte in zaprite testno polo.
 - **Ne vstajajte**, ampak počakajte, da asistent pobere vse testne pole.
 - **Testno polo morate nujno oddati.**
- Čas pisanja je 120 minut. Na vidnem mestu je zapisano, do kdaj imate čas.
- Predvideni ocenjevalni kriterij:
 1. ≥ 90 točk, ocena 10
 2. ≥ 80 točk, ocena 9
 3. ≥ 70 točk, ocena 8
 4. ≥ 60 točk, ocena 7
 5. ≥ 50 točk, ocena 6

Veliko uspeha!

1. naloga (40 točk)

a) (10 točk) Elbonski računalničarji so se navdušili za funkcijsko programiranje. Pomagajte jim definirati podatkovni tip `formula`, ki predstavlja *abstraktno sintakso* boolovih izrazov:

$$\begin{aligned}\langle \text{formula} \rangle &::= \langle \text{atom} \rangle \mid \perp \mid \top \mid \\ &\quad \langle \text{formula} \rangle \vee \langle \text{formula} \rangle \mid \langle \text{formula} \rangle \wedge \langle \text{formula} \rangle \mid \neg \langle \text{formula} \rangle \\ \langle \text{atom} \rangle &::= [a-z]^+\end{aligned}$$

Na primer, formulo $(\top \wedge p) \vee (\neg q \wedge \perp)$ predstavimo z vrednostjo tipa `formula`:

```
Or (And (True, Atom "p"), And (Not (Atom "q"), False))
```

Nalogo lahko rešite v OCamlu ali Haskellu.

b) (10 točk) V λ -računu definiramo izraz

$$F = \lambda f . \lambda x . f(f(f(fx))).$$

Izraz $F F s z$ je enak izrazu oblike

$$\underbrace{s(s(\cdots(s z)\cdots))}_n,$$

kjer se s pojavi n -krat. Določite vrednost n .

c) (10 točk) V programskem jeziku s podtipi velja `int` \leq `float`. Poiščite tak tip τ , da velja

$$((\text{float} \rightarrow \text{int}) \rightarrow \text{float}) \rightarrow \text{float} < \tau < ((\text{int} \rightarrow \text{float}) \rightarrow \text{float}) \rightarrow \text{float}$$

kjer $\rho < \sigma$ pomeni $\rho \leq \sigma$ in $\rho \neq \sigma$.

d) (10 točk) V programskem jeziku s parametričnim polimorfizmom je dan izraz

```
fun f -> f (fun g -> g 42)
```

Določite njegov *glavni* tip. Za vse točke mora biti razviden postopek reševanja.

2. naloga (35 točk)

Ukazni programski jezik razširimo z zanko

`do c while b done`

ki *najprej* izvede ukaz c in nato preveri boolov pogoj b . Če je le-ta izpolnjen, se zanka ponovi, sicer se ustavi. Pravilo za delno pravilnost zanke se glasi:

$$\frac{\{P\} c \{I\} \qquad \{I \wedge b\} c \{I\}}{\{P\} \text{do } c \text{ while } b \text{ done } \{I \wedge \neg b\}}$$

a) (15 točk) Dokažite delno pravilnost programa:

```
{ N > 0 }  
i := 0 ;  
do  
  i := i + 1  
while i < N done  
{ i = N }
```

Rešitev naj bo *pregledno zapisana*, se pravi, da naj bo razvidno, da ste ločeno preverili vsakega od pogojev $\{P\} c \{I\}$ in $\{I \wedge b\} c \{I\}$ v pravilu za zanko.

b) (20 točk) Dokažite delno pravilnost programa, pri čemer je N celo število:

```
{  $N \geq 0$  }  
x := 1 ;  
i := 0 ;  
d := 0 ;  
do  
  i := i + 1 ;  
  x := x + d ;  
  d := d + 8  
while i  $\leq$  N done  
{  $x = (2N + 1)^2$  }
```

Iz rešitve naj bo razvidna invarianta zanke I ter logično sklepanje in matematični izračuni.

3. naloga (35 točk)

V Zahodni Elboniji operacijo zapišejo v krogu *za* argumente, na primer, $(3 + 5) \times (5 - 2)$ pišejo $3\ 5\ \oplus\ 5\ 2\ \ominus\ \otimes$. Njihova slovnica aritmetičnih izrazov se glasi:

$$\begin{aligned} \langle \text{izraz} \rangle &::= \langle \text{število} \rangle \mid \langle \text{izraz} \rangle \langle \text{izraz} \rangle \oplus \mid \langle \text{izraz} \rangle \langle \text{izraz} \rangle \ominus \mid \langle \text{izraz} \rangle \langle \text{izraz} \rangle \otimes \\ \langle \text{število} \rangle &::= [0-9]^+ \end{aligned}$$

V prologu take izraze predstavimo s seznamami, pri čemer simbole \oplus , \ominus in \otimes predstavimo s `plus`, `minus` in `krat`. Na primer, izraz $3\ 5\ \oplus\ 5\ 2\ \ominus\ \otimes$ predstavimo s seznamom

`[3, 5, plus, 5, 2, minus, krat]`

a) (10 točk) V prologu sestavite predikat `zdruzi(K,L,0,M)`, ki velja, kadar dobimo seznam `M` tako, da združimo seznama `K` in `L` ter na konec dobljenega seznama dodamo še element `0`. Primeri uporabe:

```
?- zdruzi([3, 5, plus], [5, 2, minus], krat, M).
M = [3, 5, plus, 5, 2, minus, krat].

?- zdruzi([1, 2, krat], [3], plus, M).
M = [1, 2, krat, 3, plus].

?- zdruzi(K, L, plus, [1, 2, krat]).
false.
```

b) (25 točk) V prologu sestavite predikat `eval(L,N)`, ki velja, če je vrednost izraza, predstavljenega s seznamom `L` enaka številu `N`. Primeri uporabe:

```
?- eval([3, 5, plus, 5, 2, minus, krat], N).
N = 24.
?- eval([42], N).
N = 42.
?- eval([7, 6, krat], N).
N = 42.
?- eval([7, 5, plus, krat], N).
false.
```

Namig: s predikatom `integer(E)` lahko ugotovite, ali je `E` celoštevilska konstanta.