

1. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vse $n \in \mathbb{N}$ velja:

(a) $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1),$

(b) $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2},$

(c) $1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n = (n - 1) \cdot 2^{n+1} + 2,$

(d) $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1.$

2. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vsako naravno število $n \geq 3$ velja

$$n! < n^{n-1}.$$

3. S pomočjo matematične indukcije dokaži:

(a) da je za vsako naravno število n izraz $5^n + 2 \cdot 11^n$ deljiv s 3.

(b) da je produkt poljubnih treh zaporednih naravnih števil deljiv s 6.

(c) da ima vsaka triangulacija konveksnega n -kotnika (brez dodatnih oglišč) natanko $n - 2$ trikotnikov.

4. Zaporedje Fibonaccijevih števil $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ je definirano z začetnima členoma, $f_0 = 0$, $f_1 = 1$, in rekurzivno zvezo $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ za $n \geq 2$. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da je za vsak n število f_{4n} deljivo s 3.

5. Imamo kovance vrednosti 4, 7 in 13 evrov. S pomočjo matematične indukcije pokaži,

(a) da lahko s takimi kovanci plačaš vse zneske $n \geq 13$, ki dajo ostanek 1 pri deljenju s 4.

(b) da lahko s takimi kovanci plačaš vse zneske $n \geq 13$, ne glede na ostanek n pri deljenju s 4.