Digitalna vezja
UL, FRI

Vaja 3 Funkcije, PDNO in PKNO

Osnovne preklopne funkcije

Negacija (NE, NOT)

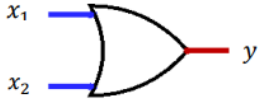
$y = \bar{x}$



x	$y = \bar{x}$
0	1
1	0

Disjunkcija (ALI, OR)

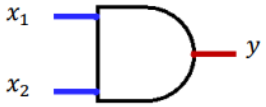
$y = x_1 \vee x_2$



x_1	x_2	$y = x_1 \vee x_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Konjukcija (IN, AND)

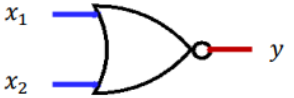
$y = x_1 \cdot x_2$



x_1	x_2	$y = x_1 \cdot x_2$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Percipov operator (NE ALI, NOR)

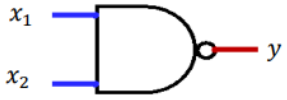
$y = x_1 \downarrow x_2 = \overline{x_1 \vee x_2}$



x_1	x_2	$y = \overline{x_1 \vee x_2}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Shefferjerjev operator (NE IN, NAND)

$y = x_1 \uparrow x_2 = \overline{x_1 \cdot x_2}$



x_1	x_2	$y = \overline{x_1 \cdot x_2}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ekskluzivni ALI (XOR)

$y = x_1 \nabla x_2 = \bar{x_1} \cdot x_2 \vee x_1 \cdot \bar{x_2}$



x_1	x_2	$y = x_1 \nabla x_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ekvivalenca (XNOR)

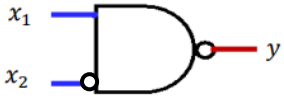
$y = x_1 \equiv x_2 = x_1 \cdot x_2 \vee \bar{x_1} \cdot \bar{x_2}$



x_1	x_2	$y = x_1 \equiv x_2$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Implikacija

$y = x_1 \rightarrow x_2 = \bar{x_1} \vee x_2$



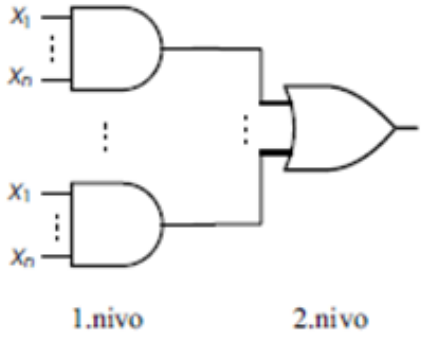
x_1	x_2	$y = x_1 \rightarrow x_2$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Zapis popolnih oblik preklopnih funkcij

Normalna oblika – dva nivoja operatorjev; na posameznem nivoju le en operator

Popolna oblika – v vseh izrazih prvega nivoja so vse spremenljivke

Popolna disjunktivna normalna oblika (PDNO)



$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = \vee_{i=0}^{2^n-1} m_i f(\vec{w}_i)$$

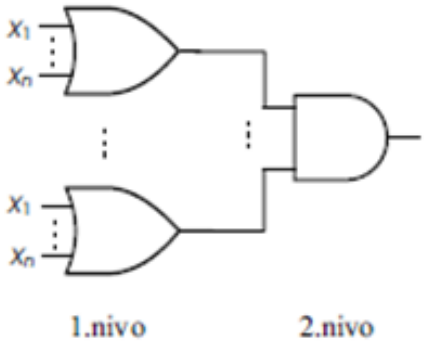
$f(\vec{w}_i)$ ... vrednost funkcije pri i-tem vhodnem vektorju (vrstici)

m_i ... minterm i; $m_i = x_1^{w_{1,i}} \cdot x_2^{w_{2,i}} \cdot ... \cdot x_n^{w_{n,i}}; i = 0, 1, 2, ..., 2^n - 1$

$$x^w = \begin{cases} x, w = 1 \\ \overline{x}, w = 0 \end{cases}$$

$w_{j,i}$...j-ti bit binarnega zapisa števila i

Popolna konjunktivna normalna oblika (PKNO)



$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = \&_{i=0}^{2^n-1} (M_i \vee f(\vec{w}_i))$$

$f(\vec{w}_i)$ ... vrednost funkcije pri i-tem vhodnem vektorju (vrstici)

M_i ... maksterm i; $M_i = x_1^{\overline{w}_{1,i}} \vee x_2^{\overline{w}_{2,i}} \vee ... \vee x_n^{\overline{w}_{n,i}}; i = 0, 1, 2, ..., 2^n - 1$

Primer: Preklopna funkcija $f(x_1, x_2, x_3)$

Minterm – konjunkcija vhodnih spremenljivk x_1, x_2, x_3. Spremenljivka x_i je negirana, če je vhodna vrednost enaka 0, in je nenegirana, če je vhodna vrednost enaka 1.

Maksterm - disjunkcija vhodnih spremenljivk x_1, x_2, x_3. Spremenljivka x_i je negirana, če je vhodna vrednost enaka 1 in je nenegirana, če je vhodna vrednost enaka 0.

$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{x_3}$	$\mathbf{f(x_1, x_2, x_3)}$	**minterm**	**maksterm**
0	0	0	$f(\overrightarrow{w_0})$		
0	0	1	$f(\overrightarrow{w_1})$		
0	1	0	$f(\overrightarrow{w_2})$		
0	1	1	$f(\overrightarrow{w_3})$		
1	0	0	$f(\overrightarrow{w_4})$		
1	0	1	$f(\overrightarrow{w_5})$		
1	1	0	$f(\overrightarrow{w_6})$		
1	1	1	$f(\overrightarrow{w_7})$		

Primer: Preklopna funkcija $f(x_1, x_2, x_3)$

Minterm – konjunkcija vhodnih spremenljivk x_1, x_2, x_3. Spremenljivka x_i je negirana, če je vhodna vrednost enaka 0, in je nenegirana, če je vhodna vrednost enaka 1.

Maksterm - disjunkcija vhodnih spremenljivk x_1, x_2, x_3. Spremenljivka x_i je negirana, če je vhodna vrednost enaka 1 in je nenegirana, če je vhodna vrednost enaka 0.

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$	minterm	maksterm
0	0	0	$f(\overrightarrow{w_0})$	$m_0 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}$	$M_0 = x_1 \vee x_2 \vee x_3$
0	0	1	$f(\overrightarrow{w_1})$	$m_1 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$	$M_1 = x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}$
0	1	0	$f(\overrightarrow{w_2})$	$m_2 = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$	$M_2 = x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3$
0	1	1	$f(\overrightarrow{w_3})$	$m_3 = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3$	$M_3 = x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$
1	0	0	$f(\overrightarrow{w_4})$	$m_4 = x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}$	$M_4 = \overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3$
1	0	1	$f(\overrightarrow{w_5})$	$m_5 = x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$	$M_5 = \overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3}$
1	1	0	$f(\overrightarrow{w_6})$	$m_6 = x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$	$M_6 = \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3$
1	1	1	$f(\overrightarrow{w_7})$	$m_7 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$	$M_7 = \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$

PDNO

Zapišite PDNO za preklopno funkcijo $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot \overline{x_2} \vee x_2 \cdot x_3$.

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$	minterm
0	0	0		
0	0	I		
0	I	0		
0	I	I		
I	0	0		
I	0	I		
I	I	0		
I	I	I		

$f(x_1, x_2, x_3) = ?$

PDNO

Zapišite PDNO za preklopno funkcijo $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot \overline{x_2} \vee x_2 \cdot x_3$.

$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{x_3}$	$\mathbf{f(x_1, x_2, x_3)}$	**minterm**
0	0	0	0	$m_0 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}$
0	0	I	0	$m_1 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$
0	I	0	0	$m_2 = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$
0	I	I	1	$m_3 = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3$
I	0	0	1	$m_4 = x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}$
I	0	I	1	$m_5 = x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$
I	I	0	0	$m_6 = x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$
I	I	I	1	$m_7 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$

$$f(x_1, x_2, x_3) = m_0 \cdot 0 \vee m_1 \cdot 0 \vee m_2 \cdot 0 \vee m_3 \cdot 1 \vee m_4 \cdot 1 \vee m_5 \cdot 1 \vee m_6 \cdot 0 \vee m_7 \cdot 1$$
$$= m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_7 =$$
$$= \vee^3 (3, 4, 5, 7) =$$
$$= \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \vee x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

PKNO

Zapišite PKNO za preklopno funkcijo $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot \overline{x_2} \vee x_2 \cdot x_3$.

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$	maksterm
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

$f(x_1, x_2, x_3) = ?$

PKNO

Zapišite PKNO za preklopno funkcijo $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot \overline{x_2} \vee x_2 \cdot x_3$.

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$	maksterm
0	0	0	0	$M_0 = x_1 \vee x_2 \vee x_3$
0	0	1	0	$M_1 = x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}$
0	1	0	0	$M_2 = x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3$
0	1	1	1	$M_3 = x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$
1	0	0	1	$M_4 = \overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3$
1	0	1	1	$M_5 = \overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3}$
1	1	0	0	$M_6 = \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3$
1	1	1	1	$M_7 = \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$

$$f(x_1, x_2, x_3) = (M_0 \vee 0) \cdot (M_1 \vee 0) \cdot (M_2 \vee 0) \cdot (M_3 \vee 1) \cdot (M_4 \vee 1) \cdot (M_5 \vee 1) \cdot (M_6 \vee 0) \cdot (M_7 \vee 1)$$

$$= M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_6 =$$

$$= \&^3(0, 1, 2, 6) =$$

$$= (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \cdot (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \cdot (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3) \cdot (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3)$$

Pretvorba PDNO ↔ PKNO

Relacije med mintermi in makstermi:

$$\overline{m_i} = M_i \qquad m_i \vee M_i = 1$$
$$\overline{M_i} = m_i \qquad m_i \cdot M_i = 0$$

Pretvorba PDNO ↔ PKNO:

1. Funkcijo negiramo (izpišemo komplementarne terme).
2. Manjkajoči indeksi predstavljajo indekse dualnih termov.

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot \overline{x_2} \vee x_2 \cdot x_3$$

PDNO: $\vee^3 (3, 4, 5, 7)$ ↔ **PKNO:** $\&^3(0, 1, 2, 6)$

Naloga 1

Preklopni funkciji $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$ določite pravilnostno tabelo ter zapišite PDNO. Z uporabo relacij med mintermi in makstermi pretvorite PDNO v PKNO in jo zapišite v skrajšani in eksplicitni obliki. Dobljen PKNO nato narišite v Logisimu.

$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{x_3}$	$\mathbf{f(x_1, x_2, x_3)}$	**minterm**	**maksterm**
0	0	0		$m_0 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}$	$M_0 = x_1 \vee x_2 \vee x_3$
0	0	1		$m_1 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$	$M_1 = x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}$
0	1	0		$m_2 = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$	$M_2 = x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3$
0	1	1		$m_3 = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3$	$M_3 = x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$
1	0	0		$m_4 = x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}$	$M_4 = \overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3$
1	0	1		$m_5 = x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$	$M_5 = \overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3}$
1	1	0		$m_6 = x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$	$M_6 = \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3$
1	1	1		$m_7 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$	$M_7 = \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$

PDNO: $f(x_1, x_2, x_3) = ?$

PKNO: $f(x_1, x_2, x_3) = ?$

Naloga 1: Rešitev

Preklopni funkciji $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$ določite pravilnostno tabelo ter zapišite PDNO. Z uporabo relacij med mintermi in makstermi pretvorite PDNO v PKNO in jo zapišite v skrajšani in eksplicitni obliki. Dobljen PKNO nato narišite v Logisimu.

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$	minterm	maksterm
0	0	0		$m_0 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}$	$M_0 = x_1 \vee x_2 \vee x_3$
0	0	1		$m_1 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$	$M_1 = x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}$
0	1	0		$m_2 = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$	$M_2 = x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3$
0	1	1		$m_3 = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3$	$M_3 = x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$
1	0	0		$m_4 = x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}$	$M_4 = \overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3$
1	0	1		$m_5 = x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$	$M_5 = \overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3}$
1	1	0		$m_6 = x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$	$M_6 = \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3$
1	1	1		$m_7 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$	$M_7 = \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$

PDNO: $f(x_1, x_2, x_3) = \vee^3 (0, 2, 4, 5, 6)$

PKNO: $f(x_1, x_2, x_3) = \&^3 (1, 3, 7)$

Naloga 2

Preklopni funkciji $f(A,B,C,D) = A \cdot \bar{B} \vee B \cdot C \vee \bar{A} \cdot C \cdot D$ določite pravilnostno tabelo ter zapišite PDNO. Z uporabo relacij med mintermi in makstermi pretvorite PDNO v PKNO in jo zapišite v skrajšani in eksplicitni obliki. Dobljen PKNO nato narišite v Logisimu.

PDNO: $f(A,B,C,D) = ?$

PKNO: $f(A,B,C,D) = ?$

Naloga 2: Rešitev

Preklopni funkciji $f(A,B,C,D) = A \cdot \bar{B} \vee B \cdot C \vee \bar{A} \cdot C \cdot D$ določite pravilnostno tabelo ter zapišite PDNO. Z uporabo relacij med mintermi in makstermi pretvorite PDNO v PKNO in jo zapišite v skrajšani in eksplicitni obliki. Dobljen PKNO nato narišite v Logisimu.

PDNO: $f(A,B,C,D) = \vee^4 (3,6,7,8,9,10,11,14,15)$

PKNO: $f(A,B,C,D) = \&^4(0,1,2,4,5,12,13)$