

Algoritmi in podatkovne strukture

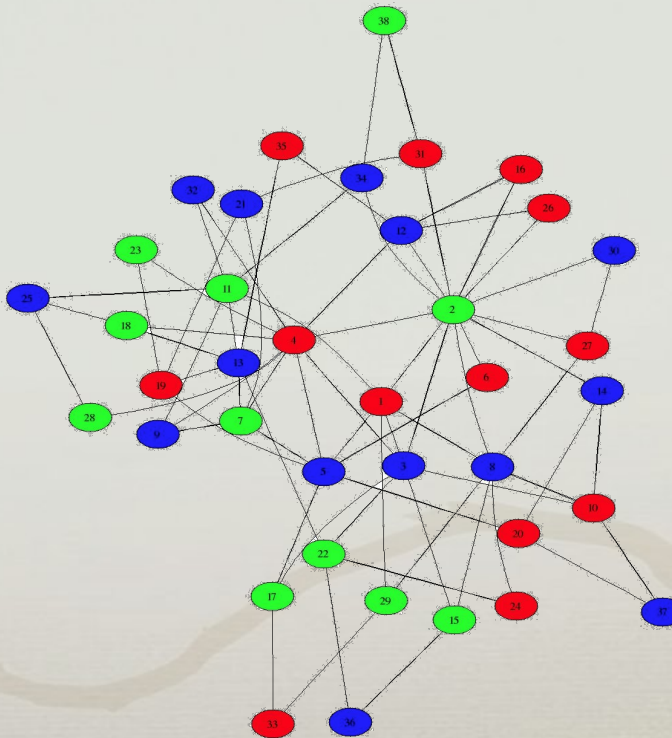
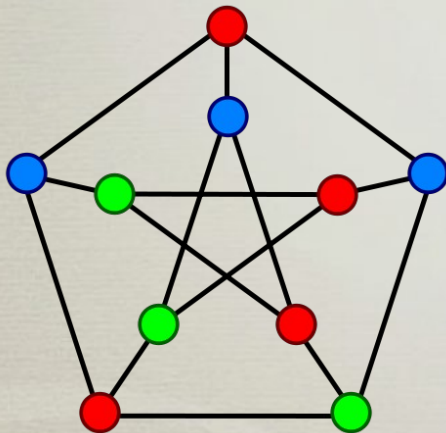


**Najkrajše poti in
Bellman-Fordov algoritem**



Graf

- Graf oz. omrežje
 - Vozlišča, povezave, cene/dolžine/uteži povezav
 - Splošno uporabna podatkovna struktura.

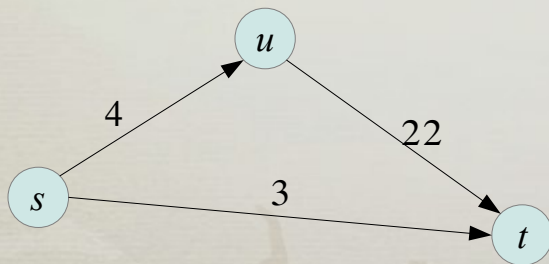


Najkrajše poti

- Iskanje najkrajših poti v grafu
 - Eden izmed najbolj uporabnih problemov/algoritmov.
- Več možnosti iskanja:
 - med dvema vozliščema ($v \rightarrow v$),
 - od enega vozlišča do vseh ostalih ($v \rightarrow V$),
 - od vseh do enega ($V \rightarrow v$),
 - med vsemi pari vozlišč ($V \rightarrow V$).

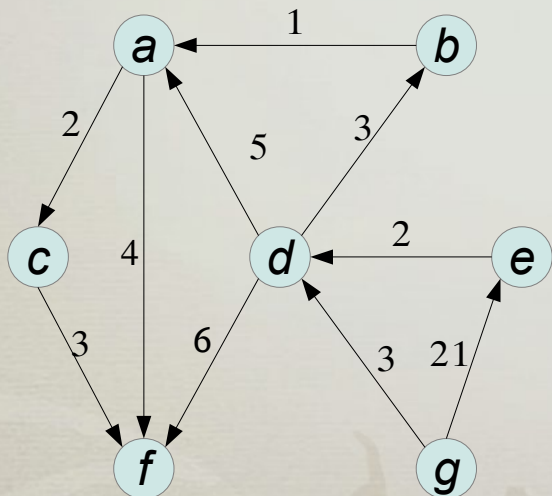
Dijkstrov algoritem

- Že poznate
- Požrešni metoda / dinamično programiranje
- Zahtevnost:
 - Naivno: $O(m + n^2)$
 - Prioritetna vrsta: $O(m + n \log n)$
- Dijkstra odpove, če imamo negativne povezave



Topološko urejanje

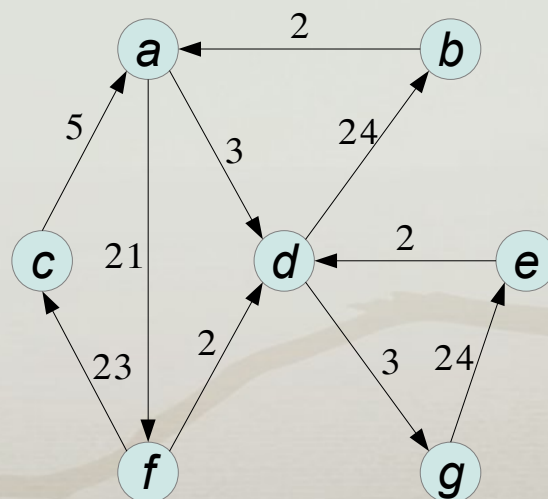
- Kot Dijkstrov algoritem
 - Le vrsti red obiskovanja vozlišč je drugačen
- Zahtevnost: $O(n + m)$
- Za aciklične grafe



g, e, d, b, a, c, f

Bellman-Fordov algoritem

- Dinamično programiranje
- Najbolj splošen
 - Deluje tudi na negativnih povezavah, vendar ne sme biti negativnih ciklov
- Zahtevnost: $O(nm)$



Hmmm ...
Negativni cikli?
adb, dge, afdb, ...

Bellman-Fordov algoritem

- Ideja
 - Postopoma računamo najkrajše poti
 - Povečujemo število povezav/skokov, ki jih pot lahko vsebuje.
 - Koliko je lahko največ povezav v najkrajši poti?
 - Najkrajše poti, ki vsebujejo k povezav lahko izračunamo iz najkrajših poti, ki vsebujejo $k-1$ povezav

Bellman-Fordov algoritem

Število povezav
na poti

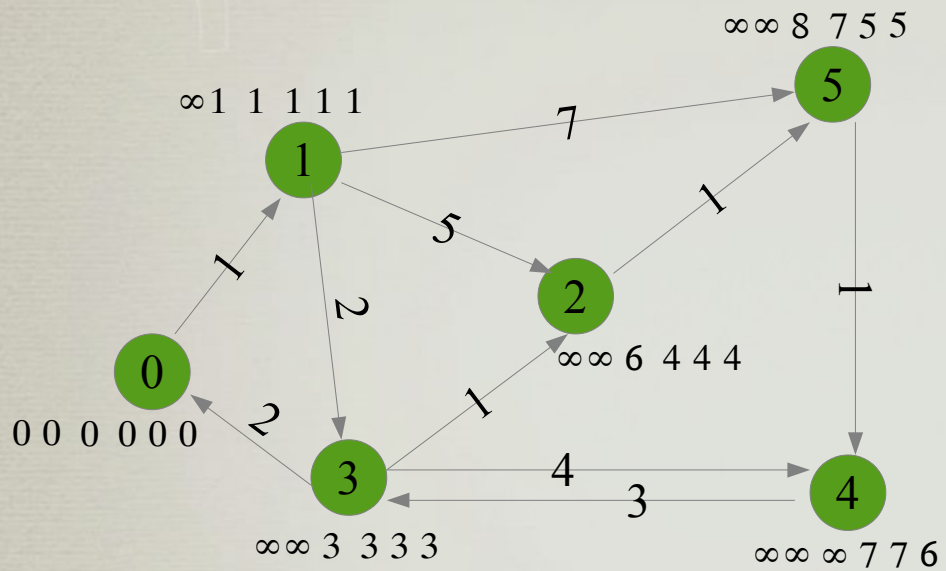
$$d_i^h = \begin{cases} 0 & i = 1 \\ c_{1i} & h = 1 \\ \min [d_i^{h-1}, \min_{k \neq i} (d_k^{h-1} + c_{ki})] & \text{sicer} \end{cases}$$

Najkrajša razdalja
do vozlišča i

Preko vseh vozlišč k (razen i)

Preko vseh vhodnih povezav v vozlišče i

Primer



| h | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| 1 | 0 | 1 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| 2 | 0 | 1 | 6 | 3 | ∞ | 8 |
| 3 | 0 | 1 | 4 | 3 | 7 | 7 |
| 4 | 0 | 1 | 4 | 3 | 7 | 5 |
| 5 | 0 | 1 | 4 | 3 | 6 | 5 |

Bellman-Fordov algoritem

- Detekcija negativnih ciklov
 - Poženemo algoritem
 - Zaženemo še eno iteracijo zunanje zanke
 - Poženemo obe notranji zanki
 - Če se karkoli spremeni, potem ima graf negativni cikel.

