

Vaje

Odvod, uporaba odvoda

1. Odvajaj po x :

(a) $f(x) = ax^2 + b$,

(b) $f(x) = \cos x + x$,

(c) $f(x) = (x - 1)^3(x + 2)^4$ z uporabo formule za odvod produkta,

(d) $f(x) = \frac{2x+1}{3x-2}$ z uporabo formule za odvod kvocienta,

(e) $\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$ z uporabo formule za posredno odvajanje,

(f) $f(x) = \sin 2x$,

(g) $f(x) = \frac{e^x+1}{e^x-1}$,

(h) $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$, pri čemer \log označuje naravni logaritem.

2. Poišči območja padanja in naraščanja funkcije in približno nariši graf.

(a) $f(x) = \frac{1}{6}(x^3 - 6x^2 + 9x + 6)$,

(b) $f(x) = x + \frac{1}{x}$,

(c) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$.

3. Poišči območja padanja in naraščanja funkcije $f(x) = x - \sin x$ in brez računanja ugotovi, kaj je več:

(a) $\frac{\pi}{8}$ ali $\sin \frac{\pi}{8}$,

(b) 1 ali $\sin 1$,

(c) 10 ali $\sin 10$?

(Namig: Izračunaj $f(0)$ in premisli, ali je za $x > 0$ vrednost funkcije $\sin x$ večja ali manjša od x .)

4. Dokaži, da za vsak $x \in \mathbb{R}^+$ velja:

$$e^x \geq 1 + x.$$

5. Brez uporabe kalkulatorja ali računalnika ugotovi, ali je vrednost funkcije $f(x) = x^5 - 2x + 3$ pri $x = 0.995$ večja ali manjša kot pri $x = 1$. (Namig: Izračunaj $f'(1)$.)

6. Izračunaj enačbo tangente in normale na $y = f(x)$ v točki x_0 :

(a) $f(x) = x^2 - 2x - 1$, $x_0 = 0$,

(b) $f(x) = \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$,

(c) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $x_0 = 1$,

(d) $f(x) = 2x - 1$, $x_0 = 2015$.

7. Izračunaj kot, pod katerim graf funkcije $f(x)$ seka koordinatni osi.

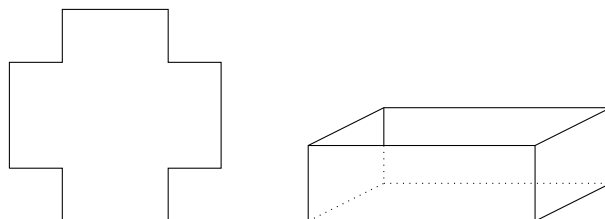
(a) $f(x) = x - x^2$,

(b) $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$,

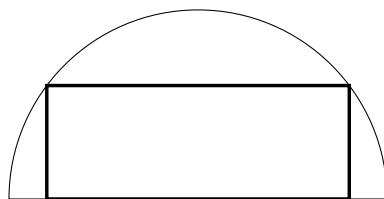
(c) $f(x) = x\sqrt{x+1}$.

8. Določi največjo in najmanjšo vrednost funkcije $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ na intervalu $[-1, 2]$.

9. Iz kvadratnega lista s stranico 1cm izrežemo štiri robne kvadratke s stranico a in ga zlepimo v odprto štirikotno posodo. Kakšen mora biti a , da bo imela posoda čimvečjo prostornino.



10. V polkrog s polmerom 1cm vriši kvadrat, ki ima največjo ploščino (določi dolžini stranic).



11. Poišči točko na grafu $y = \sqrt{x+1}$, ki je najbližje izhodišču. (Namig: Minimiziraj kvadrat razdalje med izhodiščem in točko na grafu.)

12. Poišči valj z volumnom 1, ki ima najmanjšo površino.

13. Poišči točko na grafu funkcije $y = e^{-x^2}$, pri kateri je produkt koordinat največji.