

3. IZPIT, LINEARNA ALGEBRA TEORETIČNI DEL

16. avgust 2021

(Na teoretičnem delu je 7 nalog, ki so skupaj vredne 56 točk. Za 100% je potrebno doseči 50 točk.)

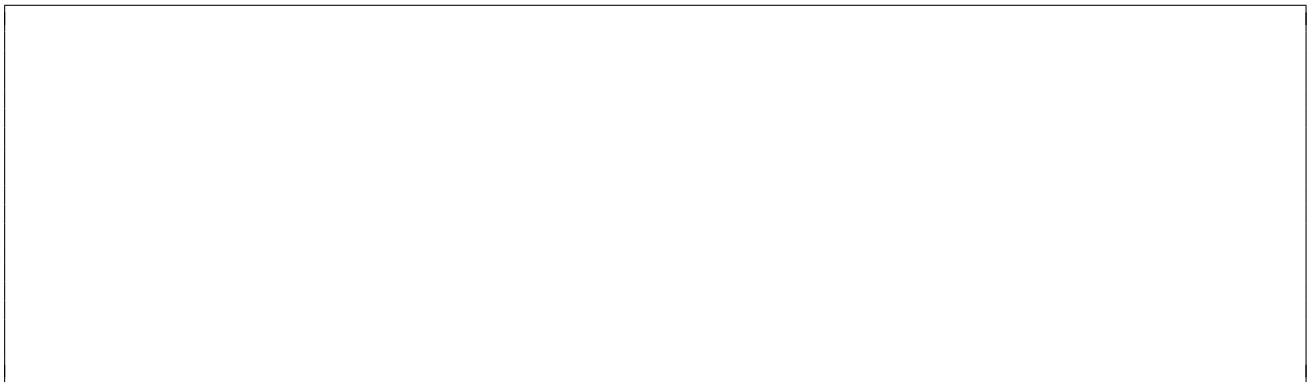
1. (8 točk) V \mathbb{R}^3 je podana ravnina $\Sigma : x + 2y + 2z = 0$.

A. Zapišite nek enotski vektor, ki leži v ravnini Σ .

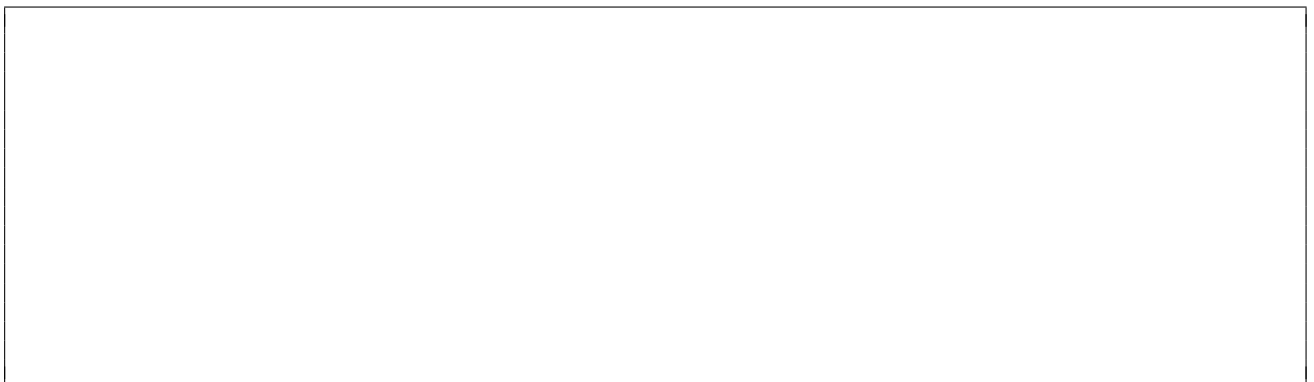
B. Zapišite nek enotski vektor, ki je pravokoten na ravnino Σ .



2. (8 točk) Za dane vektorje $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_7 \in \mathbb{R}^{13}$ naj velja $\vec{v}_6 = \vec{v}_1 + \vec{v}_3 - 2\vec{v}_5 \neq \vec{0}$. Določite vse možne vrednosti za dimenzijo linearne ogrinjače $\mathcal{L}\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_7\}$.



3. Naj bodo \vec{a} , \vec{b} in \vec{c} enotski vektorji v \mathbb{R}^n in naj bosta vektorja \vec{a} in \vec{b} ortogonalna. Zapišite pravokotno projekcijo vektorja \vec{c} na linearno ogrinjačo vektorjev \vec{a} in \vec{b} .



4. (8 točk) Zapišite primer kvadratnih matrik A in B , za kateri velja $AB = 0$ in $BA \neq 0$.

5. (8 točk) Naj bo $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ obrnljiva matrika. Pokažite, da je tudi matrika A^3 obrnljiva.

6. (8 točk) Naj bo $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ diagonalizabilna matrika, za katero velja, da je vsaka njena lastna vrednost enaka bodisi 0 bodisi -1 . Kaj lahko poveste o matriki $A^2 + A^3$?

7. (8 točk) Katere od naslednjih trditev so pravilne za poljubni matriki $A, B \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$, za kateri velja $\det A > 0$ in $\det B = 0$?

A. A^3 je obrnljiva

E. A ima le pozitivne lastne vrednosti

B. AB je obrnljiva

F. 0 je lastna vrednost matrike A

C. $\text{rang}(A) = 5$

G. 0 je singularna vrednost matrike B

D. $\text{rang}(B) = 5$

H. Sistem $A\vec{x} = \vec{b}$ ima rešitev za vsak vektor $\vec{b} \in \mathbb{R}^5$

(Obkrožite vse pravilne odgovore. Če boste obkrožili vse pravilne odgovore, a nobenega napačnega, boste dobili 8 točk. Če boste obkrožili vsaj polovico pravilnih odgovorov, a nobenega napačnega, boste dobili 4 točk. V nasprotnem primeru pa 0 točk. Pri tej nalogi odgovora ni potrebno utemeljevati.)