

2. kolokvij iz Linearne algebre (Ljubljana, 8. 6. 2016)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba enega ali dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani ucilnica.fri.uni-lj.si.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Metka vozi avtomobil s konstantno hitrostjo. Njen sovoznik si po vsaki uri vožnje zapiše stanje števca kilometrov in dobi spodnjo tabelo:

t	1	2	3	4
s	150	220	330	420

- (a) Poišči hitrost v , s katero Metka vozi avtomobil. Uporabi zvezo

$$s(t) = vt + s_0$$

in poišči rešitev dobljenega sistema linearnih enačb z linearno metodo najmanjših kvadratov.

- (b) Oceni stanje na števcu kilometrov po peti uri vožnje.

2. Naj bo V podprostor v \mathbb{R}^4 , ki je razpet na vektorje $\mathbf{v}_1 = [-1, -1, 1, 1]^T$, $\mathbf{v}_2 = [3, 3, -1, -1]^T$ in $\mathbf{v}_3 = [-1, 1, 3, 1]^T$.

- (a) Poišči ortonormirano bazo podprostora V .

- (b) Poišči pravokotno projekcijo vektorja $[2, 4, 2, 4]^T$ na podprostor V .

3. Dana sta vektorja $\mathbf{x} = [1, 1, -1, -1]^T$ in $\mathbf{y} = [1, 2, 2, 1]^T$.

- (a) Izračunaj determinanti matrik $I + \mathbf{xy}^T$ in $I - \mathbf{xy}^T$.

- (b) (Dodatnih 10 točk) Naj bosta sedaj \mathbf{x} in \mathbf{y} poljubna pravokotna vektorja iz \mathbb{R}^n . Kako bi izračunal $\det(I + \mathbf{xy}^T)$ in $\det(I - \mathbf{xy}^T)$?

4. Dana sta vektorja $\mathbf{u} = [1, -1, 1]^T$ in $\mathbf{v} = [0, 1, 1]^T$. Naj bosta A in B matriki

$$A = [\mathbf{u}, \mathbf{v}] \quad \text{in} \quad B = AA^T.$$

Diagonaliziraj matriko B in izračunaj B^{100} .

Namig: Matrike B ni treba eksplicitno izračunati, da jo diagonaliziraš. Pomagaj si z dejstvom, da sta vektorja \mathbf{u} in \mathbf{v} pravokotna.

Vse odgovore dobro utemelji!