

# 1. popravni kolokvij iz Linearne algebre (Ljubljana, 15. 6. 2016)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

**Vse odgovore dobro utemelji!**

1. Ravnini  $\Sigma$  in  $\Lambda$  sta dani z enačbama

$$\Sigma : x - 2y + z = 1,$$

$$\Lambda : 2x + y - 3z = 3.$$

(a) Poišči parametrizacijo premice  $p$ , ki je presek ravnin  $\Sigma$  in  $\Lambda$ .

(b) Naj bo  $\Lambda'$  ravnina, ki jo dobiš z zrcaljenjem ravnine  $\Lambda$  preko ravnine  $\Sigma$ . Poišči enačbo ravnine  $\Lambda'$ !

2. Poišči matriko  $X$ , ki reši matrično enačbo

$$AXA^T = B,$$

kjer sta  $A$  in  $B$  matriki

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 7 \end{bmatrix}.$$

3. Vekorski podprostor  $V$  v  $\mathbb{R}^4$  je linearna lupina vektorjev

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(a) Kolikšna je dimenzija podprostora  $V$ ? *Natančno utemelji!*

(b) Poišči *ortonormirano* bazo za  $V$ .

(c) Poišči pravokotno projekcijo vektorja  $[0, 3, 3, 3]^T$  na podprostor  $V$ .

(d) Poišči pravokotno projekcijo vektorja  $[0, 3, 3, 3]^T$  na podprostor  $V^\perp$ , ortogonalni komplement  $V$ .

4. Zaporedji  $a_n$  in  $b_n$  sta dani z rekurzivno zvezo

$$a_n = 2a_{n-1} - 2b_{n-1}$$

$$b_n = 2a_{n-1} - 3b_{n-1}$$

in začetnima členoma  $a_0 = 1$  ter  $b_0 = 1$ . Poišči eksplicitni formuli za zaporedji  $a_n$  in  $b_n$ !

**Vse odgovore dobro utemelji!**