

2. popravni kolokvij iz Linearne algebre (Ljubljana, 10. 7. 2015)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani učilnice. fri.uni-lj.si.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. V prostoru so dane točke $A(1, 3, 2)$, $B(3, 5, 3)$, $C(5, 4, 1)$ in $D(3, 2, 0)$.

- (a) Pokaži, da je lik $ABCD$ kvadrat in izračunaj ploščino.
- (b) Poišči preostala oglišča kocke, ki ima kvadrat $ABCD$ za stranico. Koliko je takih kock?
- (c) Zapiši enačbo premice, ki gre skozi točko A in na kateri leži telesna diagonala kocke.

2. Dane so matrike

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 6 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \text{ in } U = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Pokaži, da sta L in U faktorja v LU razcepu matrike A .
 - (b) Poišči rešitev sistema $Ax = [3, 1, 2]^T$. Uporabi LU razcep.
 - (c) Izračunaj inverz A^{-1} . Uporabi LU razcep.
3. Pokaži, da je množica $V \subset \mathbb{R}^3$,

$$V = \{[x, y, z]^T : x = z \in \mathbb{R}\}.$$

vektorski podprostor v \mathbb{R}^3

- (a) Poišči bazo prostora V .
 - (b) Poišči bazo ortogonalnega komplementa V^\perp prostora V .
 - (c) Zapiši $x = [2, 2, 0]^T$ kot vsoto pravokotnih projekcij na V in V^\perp .
4. Naj bo A matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) Poišči ortonormirano bazo ničelnega prostora matrike A , $\mathcal{B}_{N(A)}$.
- (b) Poišči ortonormirano bazo stolpčnega prostora matrike A , $\mathcal{B}_{C(A)}$.
- (c) Izračunaj A^2 . Kaj ti A^2 pove o lastnih vektorjih in pripadajočih lastnih vrednostih A ?
- (d) Poišči ortonormirano bazo \mathbb{R}^4 , sestavljeno iz lastnih vektorjev matrike A in zapiši diagonalizacijo matrike A ($A = QDQ^T$).

Vse odgovore dobro utemelji!