

Popravni kolokvij iz Linearne algebre

(Ljubljana, 16. 6. 2017)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba enega ali dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Sklenjena poligonska črta je dana z zaporedjem točk v prostoru:

$$A_1(3, 6, 3), A_2(6, 3, 9), A_3(-3, 3, 6) \text{ in } A_4(-3, 6, 6).$$

(a) Ali točke A_i ležijo na isti ravnini?

(b) Točke A_i projiciramo na ravnino $x + y - z = 0$. Ali se projekciji daljic A_1A_4 in A_2A_3 sekata? Določi morebitno presečišče!

2. Poišči 4 števila, katerih vsota je enaka 4, razlika med prvim in vsoto ostalih je enaka 3, razlika med vsoto prvih dveh in vsoto zadnjih dveh je enaka 2 in razlika med vsoto prvih treh in zadnjim je enaka 1.

3. Za vektor $\mathbf{a} = [1, 2]^T$, označimo z V množico vseh 2×2 matrik, za katere je

$$\mathbf{a}^T \cdot A \cdot \mathbf{a} = 0$$

in z $f_{\mathbf{a}} : V \rightarrow \mathbb{R}^2$ preslikavo določeno s predpisom

$$A \mapsto A \cdot \mathbf{a}$$

(a) Dokaži, da je V vektorski podprostor v prostoru vseh 2×2 matrik in določi dimenzijo ter bazo za V .

(b) Dokaži, da je $f_{\mathbf{a}}$ linearna preslikava, zapiši matriko te preslikave v izbrani bazi in poišči jedro in sliko preslikave $f_{\mathbf{a}}$.

4. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

(a) Poišči lastne vrednosti matrike A in pripadajoče lastne podprostore.

(b) Zapiši ortonormirano bazo prostora \mathbb{R}^3 sestavljeno iz lastnih vektorjev ali pokaži, da ne obstaja.

(c) Ali je mogoče matriko A diagonalizirati?

Vse odgovore dobro utemelji!