

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

# 1. IZPIT, LINEARNA ALGEBRA TEORETIČNI DEL

## 17. junij 2021

(Na teoretičnem delu je 6 nalog, ki so skupaj vredne 56 točk. Za 100% je potrebno doseči 50 točk.)

1. (8 točk) Naj bosta vektorja  $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^n$  pravokotna. Pokažite, da je  $\|\vec{a}\| \leq \|\vec{a} + \vec{b}\|$ .

2. (12 točk) Naj bo  $\tau : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  linearna preslikava, za katero velja

$$\tau\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \tau\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

- A. (4 točk) Izračunajte  $\tau\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$ .

- B. (8 točk) Zapišite matriko, ki pripada  $\tau$  v standardnih bazah prostorov  $\mathbb{R}^2$  in  $\mathbb{R}^3$ .

3. (8 točk) Naj bosta  $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  obrnljivi matriki. Koliko rešitev  $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ima enačba

$$B^{-1}(I_n + AX)B = B + I_n?$$

4. (8 točk) Ali je množica vseh  $3 \times 3$  matrik, katerih vsota diagonalnih elementov je 0, vektorski podprostor v  $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ ?

5. (12 točk) Simetrična matrika  $A$  naj ima karakteristični polinom enak  $\Delta_A(x) = x^4 + x^3$ . Naj bo  $\vec{v} = [1, 1, 0, 0]^T$  lastni vektor matrike  $A$  pri neničelni lastni vrednosti  $\lambda \neq 0$ .

A. (4 točk) Določite  $\lambda$ .

B. (8 točk) Zapišite vsaj dva lastna vektorja  $\vec{w}_1$  in  $\vec{w}_2$  matrike  $A$  pri lastni vrednosti 0.

6. (8 točk) Katere od naslednjih trditev so pravilne za vsako obrnljivo matriko  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ?

- |                           |  |
|---------------------------|--|
| A. $\text{rang}(A^2) = n$ | E. $\det(A^{-1})\det(A) = 1$                 |
| B. $\det(A^2) = 2\det(A)$ | F. $A + A^T$ je simetrična matrika           |
| C. $\det(2A) = 2\det(A)$  | G. $A$ in $A^2$ imata enake lastne vrednosti |
| D. $\dim(N(A)) = n$       | H. $A$ in $A^2$ imata enake lastne vektorje  |

(Obkrožite vse pravilne odgovore. Če boste obkrožili vse pravilne odgovore, a nobenega napačnega, boste dobili 8 točk. Če boste obkrožili vsaj polovico pravilnih odgovorov, a nobenega napačnega, boste dobili 4 točk. V nasprotnem primeru pa 0 točk. Pri tej nalogi odgovora ni potrebno utemeljevati.)