1. kolokvij iz Linearne algebre
(Ljubljana, 17. 4. 2014)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba enega ali dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani `ucilnica.fri.uni-lj.si`.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Naj bo vektor $\mathbf{a}$ pravokotna projekcija vektorja $\mathbf{u} = [1, 2, 2]^\mathsf{T}$ na vektor $[-2, -1, 2]^\mathsf{T}$.

   (a) Ali je $\mathbf{a}$ normala na ravnino Σ z enačbo $4x + 2y - 4z = 0$?

   (b) Poišči pravokotno projekcijo vektorja $\mathbf{u}$ na ravnino Σ.

2. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

   (a) Poišči matriko $C = AB$.

   (b) Poišči LU–razcep matrike C brez pivotiranja.

   (c) Naj bo $\mathbf{b} = [3, -4, -9]^\mathsf{T}$. Z uporabo LU–razcepa iz prejšnje točke reši enačbo $C\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

3. Vzemimo $\mathbf{d} = [1, 0, -1]^\mathsf{T}$. Naj bo V množica vseh vektorjev $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$, za katere velja $\mathbf{d} \times \mathbf{v} = \mathbf{v} \times \mathbf{d}$.

   (a) Dokaži, da je V vektorski podprostor v $\mathbb{R}^3$. Koliko je $\dim(V)$?

   (b) Poišči 3×3 matriki A in B, da bo $V = N(A) = C(B)$.

4. Poišči vse rešitve sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

   in $\mathbf{b} = [1, 2]^\mathsf{T}$. Naj bo $\mathbf{r} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$ razlika dveh rešitev sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Kaj je množica vektorjev, ki so pravokotni na vse možne razlike $\mathbf{r}$? Zapiši enačbo za to množico.

Vse odgovore dobro utemelji!