

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

Linearna algebra: 1. kolokvij

30. marec 2022

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na ucilnica.fri.uni-lj.si. **Vse odgovore dobro utemelji!**

1	
2	
3	
Σ	

1. naloga (25 točk)

V \mathbb{R}^3 so dane točke $A(1, 0, 1)$, $B(1, -1, 2)$, $C(3, 1, 0)$ in $D(-1, -1, 0)$ ter premica p z enačbo

$$p: x - 1 = \frac{z}{2}, y = 1.$$

a) (5) Poišči enačbo ravnine Σ , ki vsebuje točke A , B in C .

b) (2) Ali ležijo točke A , B , C in D na isti ravnini?

c) (7) Ali premica p seka ravnino Σ ?

d) (11) Poišči enačbo premice p' , ki jo dobimo pri zrcaljenju premice p preko ravnine Σ .

2. naloga (25 točk)

Za katere vrednosti parametra a ima sistem enačb

$$\begin{aligned}x + 2y + z &= 5 \\-3x + y - 3z &= 6 \\-2x + y + (a^2 - a - 2)z &= a + 4\end{aligned}$$

a) (12) enolično rešitev? V tem primeru rešitev eksplicitno zapiši.

b) (5) nobene rešitve?

c) (8) več rešitev? V tem primeru rešitve eksplicitno zapiši.

3. naloga (25 točk)

Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{ter} \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 6 & -1 & 5 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

a) (15) Poišči inverzno matriko matrike $A + 2I$.

b) (10) Reši matrično enačbo $AX + 2X = B$.

4. naloga (25 točk)

Naj bo $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

V \mathbb{R}^4 opazujemo podmnožici

$$V = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 : \|A\mathbf{x}\| = \|2\mathbf{x}\|\} \quad \text{in} \quad W = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 : A\mathbf{x} = 2\mathbf{x}\}.$$

a) (13) Ena od podmnožic V in W je vektorski podprostor v \mathbb{R}^4 . Katera je in katera ni? Zakaj je oziroma zakaj ni?

b) (12) Za vektorski podprostor iz prejšnje točke poišči bazo in določi njegovo dimenzijo.