

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
$\Sigma$	

**Linearna algebra: 1. kolokvij**

5. april 2023

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*. **Vse odgovore dobro utemelji!**

**1. naloga (25 točk)**

Dana je ravnina  $\Sigma : x + y + z = 1$  ter premica  $p$  z enačbo  $p : x - 2 = y + 2 = \frac{z+3}{2}$ .

a) (5) Ali obstaja tak  $a \in \mathbb{R}$ , da ravnina  $\Sigma$  ne bo sekala ravnine z enačbo  $2x + ay + z = 1$ ?

b) (5) Naj bo  $p'$  premica, ki je zrcalna slika premice  $p$  preko ravnine  $\Sigma$ . V kateri točki se sekata ravnina  $\Sigma$  in premica  $p'$ ?

c) (5) Ali je možno določiti  $a, b \in \mathbb{R}$ , tako da bo premica  $q : \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+a}{2}$  v celoti ležala v ravnini  $x + y + bz = 1$ ?

d) (10) Zapiši enačbo pravokotne projekcije premice  $p$  na ravnino  $\Sigma$ .

**2. naloga (25 točk)**

Za katere vrednosti parametra  $a$  ima sistem enačb

$$ax + y + z = 1$$

$$ax + ay + z = a$$

$$x + ay + az = 1$$

**a) (10)** enolično rešitev? V tem primeru rešitev eksplicitno zapiši.

**b) (10)** več rešitev? V tem primeru rešitve eksplicitno zapiši.

**c) (5)** nobene rešitve?

### 3. naloga (25 točk)

Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ter } B = \begin{bmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

a) (15) Ali je matrika  $A^2 - I$  obrnljiva? Če je, poišči njen inverz. Če ne, odgovor utemelji.

b) (10) Poišči vse matrike  $X$ , ki rešijo matrično enačbo  $(A + I)X = (A - I)^{-1}B$ .

#### 4. naloga (25 točk)

Dani so matriki  $A, B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  in vektor  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$ :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 7 \\ 7 & 8 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 5 \\ 8 & 7 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

V  $\mathbb{R}^3$  opazujemo podmnožici

$$V = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : A\mathbf{x} = B\mathbf{x} + \mathbf{x}\} \quad \text{in} \quad W = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : A\mathbf{x} = B\mathbf{x} + \mathbf{b}\}.$$

a) (10) Ali je katera od množic  $V$  in  $W$  vektorski podprostor v  $\mathbb{R}^3$ ? Za vsako od njiju dobro utemelji, zakaj je oziroma zakaj ni.

b) (10) Za vsak vektorski podprostor iz prejšnje točke poišči bazo in določi njegovo dimenzijo.

c) (5) Ali obstajata matriki  $K$  oziroma  $L$ , da je  $V = N(K)$  oziroma  $W = N(L)$ ? Če obstajata, ju poišči, če ne, utemelji zakaj ne.