

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

Linearna algebra: 2. kolokvij

18. maj 2022

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na ucilnica.fri.uni-lj.si. **Vse odgovore dobro utemelji!**

1	
2	
3	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ in } B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

a) (10) Izračunaj determinanti matrik A in B .

b) (10) Izračunaj determinante matrik $A + B$, $A - B$, $(AB)^T$ in AB^{-1} .

c) (5) Koliko naj bo t , da bo veljalo $\det(-tB) = 1$?

2. naloga (25 točk)

Dana sta matrika A in vektor v :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

a) (10) Poišči ortonormirano bazo za $C(A)$.

b) (8) Poišči ortonormirano bazo za $C(A)^\perp$.

c) (7) Določi pravokotno projekcijo vektorja \vec{v} na $C(A)$.

3. naloga (25 točk)

Pri nekih meritvah smo dobili naslednje vrednosti:

x_i	0	1	2	3
y_i	4	1	-3	5

Iščemo funkcijo $f(x) = ax + b \cdot 2^x$, ki se tem podatkom kar najboljše prilega.

a) (10) Zapiši pripadajoči sistem enačb za neznan parametra a in b v obliki $A\vec{x} = \vec{f}$. Ali je sistem rešljiv?

b) (15) Zapiši pripadajoči normalni sistem in izračunaj a in b po metodi najmanjših kvadratov.

4. naloga (25 točk)

Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -3 & -5 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

a) (9) Določi vse lastne vrednosti matrike A .

b) (8) Določi lastni podprostor za najmanjšo lastno vrednost matrike A .

c) (8) Ali je A možno diagonalizirati? Če obstaja, poišči diagonalno matriko D in obrnljivo matriko P , da bo $D = P^{-1}AP$.