

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

**Linearna algebra: 2. kolokvij**

29. maj 2024

Čas pisanja: 75 minut. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*. **Vse odgovore dobro utemelji!**

1	
2	
3	
$\Sigma$	

**1. naloga (30 točk)**

Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

a) (15) Poišči ortonormirano bazo stolpčnega prostora  $C(A)$ .

b) (10) Poišči ortonormirano bazo za ortogonalni komplement  $C(A)^\perp$  prostora  $C(A)$ .

c) (5) Vektor  $\vec{v} = [1, 5, 1]^\top$  zapiši kot vsoto  $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ , kjer je  $\vec{v}_1 \in C(A)$  in  $\vec{v}_2 \in C(A)^\perp$ .

## 2. naloga (35 točk)

Pri nekih meritvah smo dobili vrednosti

$x_i$	0	1	2	3
$y_i$	-1	8	-9	10

Predpostavljamo, da odvisnost  $y = f(x)$  opisuje funkcija oblike  $f(x) = a \cdot (x - 1)^2 + b \cdot 2^x + c$ .

**a) (15)** Zapiši sistem enačb za neznane parametre  $a$ ,  $b$  in  $c$  v obliki  $A\vec{x} = \vec{f}$ . Ali je dobljen sistem rešljiv?

**b) (15)** Izračunaj  $a$ ,  $b$  in  $c$  v smislu linearne metode najmanjših kvadratov.

**c) (5)** Izračunaj vrednost, ki jo za  $x = 4$  napove dobljena funkcija  $f$ .

### 3. naloga (35 točk)

Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

a) (10) Izračunaj karakteristični polinom matrike  $A$  in poišči vse lastne vrednosti matrike  $A$ .

b) (10) Poišči vse (linearno neodvisne) lastne vektorje matrike  $A$ .

c) (10) Ali obstajata ortogonalna matrika  $Q$  in diagonalna matrika  $D$ , da velja  $A = QDQ^T$ ? Če taki matriki  $Q$  in  $D$  obstajata, ju zapiši. Če ne, razloži, zakaj ne.

d) (5) Izračunaj  $A^7$ . (Namig: Tudi  $A^7$  bo simetrična matrika.)