Linearna algebra: 1. popravni kolokvij

18. junij 2018

Čas pisanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne.
Dovoljena je uporaba dveh listov velikost A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.
Vse odgovore dobro utemelji!

1	
2	
3	
4	
Σ	

Ime in priimek

Vpisna številka

1. naloga (25 točk)

Tabornik Polde je napel trikotni kos šotorskega platna med točke $A(0,0,0)$, $B(0,3,0)$ in $C(0,3,2)$ in postavil svetilko v točko $S(3,-1,4)$. Platno na ravnino $z=0$ meče trikotno senco.

Katere od točk A, B in C ležijo na ravnini z enačbo $z=0$?

Določi točke A', B' in C', ki predstavljajo oglišča sence.
(Namig: Določi točke, v katerih premice skozi S in A, B ali C sekajo ravnino $z=0$.)

Izračunaj ploščino sence $A'B'C'$.

2. naloga (25 točk)

Dan je sistem enačb

$$\begin{aligned} x + (a-1)y + z &= 1 \\ x + y + (a-1)z &= 1 \\ -x + -3y + 5z &= -1 \end{aligned}$$

Sistem zapiši v obliki $Ax = b$. Za katere a je sistem enolično rešljiv?

Poišči rešitve sistema za vse tiste vrednosti parametra a, pri katerih sistem **ni** enolično rešljiv.

3. naloga (25 točk)

Dani sta vektorska podprostora

$$U = \{[x, y, z]^T \in \mathbb{R}^3 \,;\, x - 2y + z = 0\} \quad \text{in} \quad V = \{[x, y, z]^T \in \mathbb{R}^3 \,;\, x = 2y = z\}.$$

Dokaži, da je V vektorski podprostor v $\mathbb{R}^3$.

Določi bazi za U in V.

Dopolni bazo za U do baze prostora $\mathbb{R}^3$.

Določi bazo ortogonalnega komplementa prostora V.

4. naloga (25 točk)

Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Izračunaj lastne vrednosti in lastne vektorje matrike A.

Ali je A diagonalizabilna? Če je, poišči matriki P in D, da bo $A = P^{-1}AP$, sicer pa povej, zakaj ne.