

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Linearna algebra: 2. popravni kolokvij

24. junij 2019

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. naloga (25 točk)

Dani sta ravnini

$$\Sigma: x + 2y - 3z = 3 \quad \text{in} \quad \Lambda: x - y = 3.$$

a) (10) Poišči parametrizacijo premice p , ki je presek ravnin Σ in Λ .

b) (15) Poišči enačbo ravnine Σ' , ki jo dobiš, če ravnino Σ zavrtiš okrog premice p za 90 stopinj.

2. naloga (25 točk)

Dani so vektorji

$$\mathbf{a} = [2, 1, -2, 1]^T, \mathbf{b} = [2, -1, -3, 0]^T \quad \text{in} \quad \mathbf{c} = [1, 2, 0, 1]^T.$$

a) (15) Določi vse vektorje \mathbf{x} , ki so pravokotni na \mathbf{a} , \mathbf{b} in \mathbf{c} .

b) (10) Izračunaj pravokotno projekcijo vektorja $\mathbf{y} = [1, 1, 3, 1]^T$ na podprostor, napet na vektorje \mathbf{a} , \mathbf{b} in \mathbf{c} .

3. naloga (25 točk)

Preslikavi $\varphi, \vartheta: \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^2$ sta za matriko

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix}$$

podani s predpisoma

$$\varphi(X) = [x_{11} + x_{22}, \det(X)]^T,$$

$$\vartheta(X) = [x_{11} + x_{22}, x_{21} + x_{12}]^T.$$

a) (15) Dokaži, da je ena od obeh preslikav linearna, druga pa ne.

b) (10) Za tisto, ki je linearna, določi matriko, ki ji pripada v standardnih bazah $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ in \mathbb{R}^2 .

4. naloga (25 točk)

Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & -4 \\ 0 & 4 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

a) (15) Poišči vse lastne vrednosti in pripadajoče lastne vektorje matrike A .

b) (5) Ali lahko matriko A zapišemo v obliki $A = PDP^{-1}$ za neko diagonalno matriko D in obrnljivo matriko P ? Če lahko, potem poišči D in P , sicer pa povej, zakaj ne.

c) (5) Izračunaj A^{2019} .