

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Linearna algebra: računski izpit

26. junij 2024

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na ucilnica.fri.uni-lj.si. **Vse odgovore dobro utemelji!**

1. naloga (25 točk)

Premica p je dana z enačbo

$$p: x = t - 1, y = t + 1, z = 5 - t.$$

a) (5 točk) Poišči točki A in B na premici p , ki ustrezata vrednostim parametra $t = 0$ in $t = 1$.

b) (5 točk) Poišči enačbo ravnine Σ , ki vsebuje premico p in točko $C(2, 2, 3)$.

c) (5 točk) Poišči enačbo ravnine Γ , ki je pravokotna na premico p in vsebuje točko C .

d) (5 točk) Poišči presečišče premice p in ravnine Γ .

e) (5 točk) Določi razdaljo med premico p in točko C .

2. naloga (25 točk)

V \mathbb{R}^3 sta dani podmnožici

$$U = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \mathbf{x} = [2t + 3s, -t + s, -s]^T, t, s \in \mathbb{R}\}$$

$$V = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \mathbf{x} = [t + 1, 2t - s, 1]^T, t, s \in \mathbb{R}\}.$$

a) (8 točk) Ali je U vektorski prostor? Če je, poišči bazo in določi njegovo dimenzijo. Če ni, zakaj ne?

b) (8 točk) Ali je V vektorski prostor? Če je, poišči bazo in določi njegovo dimenzijo. Če ni, zakaj ne?

c) (9 točk) Če je U podprostor, poišči matriki A in B , da je $C(A) = U$ in $N(B) = U$. Enako za V .

3. naloga (25 točk)

Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

a) (10 točk) Poišči ortonormirano bazo prostora $C(A)$.

b) (15 točk) Poišči pravokotno projekcijo vektorja $[1, 2, 2, 3]^T$ na $C(A)$.

4. naloga (25 točk)

Naj bo A matrika

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}.$$

a) (2 točki) Izračunaj $A^T A$!

b) (5 točk) Izračunaj karakteristični polinom matrike $A^T A$ in poišči vse njene lastne vrednosti in pripadajoče lastne vektorje.

c) (8 točk) Poišči ortogonalno matriko V in diagonalno matriko D , da bo $A^T A = V D V^T$.

d) (10 točk) Poišči kompaktni SVD razcep matrike $A = U \Sigma V^T$, kjer je U 3×2 matrika, za katero velja $U^T U = I$, Σ 2×2 diagonalna matrika in V 2×2 ortogonalna matrika.