

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Linearna algebra: računski izpit

6. september 2022

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na ucilnica.fri.uni-lj.si. **Vse odgovore dobro utemelji!**

1. naloga (25 točk)

Oglišča tetraedra $ABCD$ so podana s koordinatami

$$A(1, 1, -2), B(3, 2, -2), C(1, 3, -1), D(4, 2, 3).$$

a) (8) Določi enačbo ravnine Σ , ki vsebuje trikotnik ABC .

b) (8) Premica p vsebuje točko D in je pravokotna na ravnino Σ . Zapiši njeno enačbo v parametrični obliki.

c) (4) Poišči presečišče p in Σ .

d) (5) Izračunaj ploščino trikotnika ABC in volumen tetraedra $ABCD$.

2. naloga (25 točk)

Ajda ($i = 1$) in Lan ($i = 2$) sta pri kosilu pojedla x_i porcij riža, y_i porcij piščanca in z_i porcij brokolija. V matriki A so zbrani podatki o vsebnosti kalorij, maščob, ogljikovih hidratov, beljakovin in sladkorja na porcijo za riž, piščanca in brokoli (v tem vrstnem redu).

Končne prehrabene vrednosti Ajdinega in Lanovega kosila so zapisane v vektorjih \vec{b}_1 in \vec{b}_2 . Reši pripadajoča sistema enačb in ugotovi, koliko porcij česa je pojedel vsak od njiju.

$$A = \begin{bmatrix} 130 & 120 & 30 \\ 0 & 2 & 0 \\ 30 & 0 & 6 \\ 2 & 26 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 400 \\ 4 \\ 36 \\ 56 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 410 \\ 2 \\ 66 \\ 32 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

3. naloga (25 točk)

Naj bo linearna preslikava f zrcaljenje čez izhodišče v \mathbb{R}^3 , linearna preslikava g pa rotacija okrog z -osi za 90° .

a) (10) Kam se z f in g preslikajo vektorji iz standardne baze $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$?

b) (5) Zapiši matriki A_f in A_g , ki v standardni bazi \mathbb{R}^3 pripadata preslikavama f in g .

c) (5) Naj bo $\vec{v} = [3, 1, -2]^T$. Vektor \vec{v} najprej preslikamo s preslikavo f , potem pa še s preslikavo g , da dobimo vektor \vec{w} . Izračunaj \vec{w} .

d) (5) Vektor \vec{v} najprej preslikamo s preslikavo f , potem z g , nato z f^{-1} in nazadnje še z g^{-1} , da dobimo vektor \vec{u} . Ali je $\vec{u} = \vec{v}$?

4. naloga (25 točk)

Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

a) (10) Poišči vse lastne vrednosti matrike A .

b) (10) Poišči bazo za lastni podprostor, ki pripada pozitivni lastni vrednosti.

c) (5) Ali se da matriko A diagonalizirati? Če ne, zakaj ne? Če ja, poišči matriki P in D , za kateri bo $A = PDP^{-1}$. (Matrike P^{-1} ni potrebno računati.)