

Popravni kolokvij iz Linearne algebre

(Ljubljana, 5. 9. 2017)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba enega ali dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na učilnica. fri. uni-lj. si.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Dane so točke $A(1, 2, 3)$, $B(4, 5, 6)$ in $C(-2, -1, 9)$.

(a) Izračunaj kot med daljicama AB in AC .

(b) Določi težišče trikotnika $\triangle ABC$.

(c) Zapiši enačbo premice, ki je pravokotna na $\triangle ABC$ in vsebuje njegovo težišče.

2. Dani so vektorji

$$\mathbf{a} = [1, 2, 0, -1]^T$$

$$\mathbf{b} = [1, 1, 1, -6]^T$$

$$\mathbf{c} = [2, 5, 1, 0]^T$$

$$\mathbf{d} = [-2, -4, 1, 1]^T$$

Določi tak vektor $\mathbf{v} = [x, y, z, u]^T \in \mathbb{R}^4$, ki je pravokoten na vektorje $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ in za katerega velja $\mathbf{d} \cdot \mathbf{v} = 1$.

3. Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Preslikava na prostoru 2×2 matrik $\mathcal{L} : \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$ je definirana s predpisom

$$\mathcal{L}(X) = AX - XA$$

(a) Pokaži, da je \mathcal{L} linearna preslikava.

(b) Izrazi matriko linearne preslikave \mathcal{L} v bazi prostora $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ danega z matrikami

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, E_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(c) Določi jedro in sliko linearne preslikave \mathcal{L} .

4. Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \\ -4 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

(a) Določi lastne vrednosti matrike A .

(b) Poišči bazo \mathbb{R}^3 sestavljeno iz lastnih vektorjev za A .

(c) Izračunaj A^{100} .

Vse odgovore dobro utemelji!