

Linearna algebra - teoretični izpit

30. junij 2011

Odgovore na vprašanja in rešitve problemov napišite **čitljivo** v prazen prostor pod vsako nalogo. Račune in utemeljitve napišite na pomožni list.

1. (a) Kdaj sto trije vektorji v \mathbb{R}^3 linearno neodvisni?

(b) Za katero vrednost konstante c bodo vektorji $\mathbf{a} = [0, 1, 1]^T$, $\mathbf{b} = [1, 1, 0]^T$ in $\mathbf{c} = [1, 0, c]^T$ linearno odvisni?

2. Prav ali narobe: če je prav, napiši zakaj, če je narobe, napiši protiprimer
 - (a) Kvadratna matrika s 4 stolpci in vsaj eno ničelno vrstico ni obrnljiva.

 - (b) Vsaka matrika z enojkami na diagonali je obrnljiva.

 - (c) Če je A obrnljiva, sta tudi A^{-1} in A^2 obrnljivi.

3. (a) Poišči projekcijsko matriko P , ki vsak vektor iz \mathbb{R}^3 projecira na premico, ki jo določa vektor $\mathbf{a} = [1, 2, 3]^T$.

(b) Koliko je dimenzija stolpčnega podprostora $C(P)$? Zapiši njegovo bazo!

(c) Koliko je dimenzija ničelnega podprostora $N(P)$? Zapiši njegovo bazo!

(d) Zapiši še lastne vrednosti in ustrezne lastne vektorje matrike P .

4. Matrika A velikosti 4×4 ima dvodimenzionalen ničelni prostor. Kaj lahko povemo o:

(a) rang matrike A

(b) determinanti $|A|$

(c) lastnih vrednostih matrike A

(d) singularnih vrednostih matrike A