

1. popravni kolokvij iz Linearne algebre

(Ljubljana, 14. 6. 2012)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov s formulami.

1. Tri ravnine so podane z enačbami

$$\Sigma_1 : x + y - z = -1$$

$$\Sigma_2 : x - y + 2z = 1$$

$$\Sigma_3 : 2x + y - z = 2$$

Premica p naj bo presečišče ravnin Σ_1 in Σ_2 .

- Zapiši enačbo premice p v kanonični in parametrični obliki.
- Določi presečišče premice p in ravnine Σ_3 .
- Izračunaj kot med premico p in ravnino Σ_3 .

2. Dana sta matrika A in vektor b :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix},$$

- Določi bazo stolpčnega prostora $C(A)$.
- Določi bazo ničelnega prostora $N(A)$.
- Poišči vse rešitve enačbe $Ax = b$.

3. Dana sta vektorja $v_1 = [1, 2, 2]^T$ in $v_2 = [-1, 2, -3]^T$ iz \mathbb{R}^3 .

- Določi ortonormirano bazo za linearni podprostor $V = \mathcal{L}\{v_1, v_2\}$.
- Zapiši ortogonalni projektor P na podprostor V .
- Ali vektor $v = [-1, 10, -5]^T$ leži v podprostoru V ? Izrazi vektor Pv v bazi iz naloge (a).

4. Zaporedje (a_n, b_n) je podano rekurzivno z enačbama

$$a_n = 2a_{n-1} - 2b_{n-1}$$

$$b_n = 2a_{n-1} - 3b_{n-1}$$

z začetnim členom $(a_0, b_0) = (3, -5)$. Določi splošni člen.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. popravni kolokvij iz Linearne algebre

(Ljubljana, 14. 6. 2012)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov s formulami.

1. Tri ravnine so podane z enačbami

$$\Sigma_1 : x + y - z = -1$$

$$\Sigma_2 : x - y + 2z = 1$$

$$\Sigma_3 : 2x + y - z = 2$$

Premica p naj bo presečišče ravnin Σ_1 in Σ_2 .

(a) Zapiši enačbo premice p v kanonični in parametrični obliki.

(b) Določi presečišče premice p in ravnine Σ_3 .

(c) Izračunaj kot med premico p in ravnino Σ_3 .

2. Dana sta matrika A in vektor b :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix},$$

(a) Določi bazo stolpčnega prostora $C(A)$.

(b) Določi bazo ničelnega prostora $N(A)$.

(c) Poišči vse rešitve enačbe $Ax = b$.

3. Dana sta vektorja $v_1 = [1, 2, 2]^T$ in $v_2 = [-1, 2, -3]^T$ iz \mathbb{R}^3 .

(a) Določi ortonormirano bazo za linearni podprostor $V = \mathcal{L}\{v_1, v_2\}$.

(b) Zapiši ortogonalni projektor P na podprostor V .

(c) Ali vektor $v = [-1, 10, -5]^T$ leži v podprostoru V ? Izrazi vektor Pv v bazi iz naloge (a).

4. Zaporedje (a_n, b_n) je podano rekurzivno z enačbama

$$a_n = 2a_{n-1} - 2b_{n-1}$$

$$b_n = 2a_{n-1} - 3b_{n-1}$$

z začetnim členom $(a_0, b_0) = (3, -5)$. Določi splošni člen.

Vse odgovore dobro utemelji!