

Linearna algebra - teoretični izpit

9. junij 2014

Odgovore na vprašanja in rešitve problemov napišite **čitljivo** v prazen prostor pod vsako nalogo. Račune in utemeljitve napišite na pomožni list.

1. Prav ali narobe (če je trditev pravilna, napiši zakaj, če je napačna, zapiši protiprimer za 2×2):

(a) Kvadratna matrika s samimi 1 na glavni diagonali je obrnljiva.

(b) Če je matrika A obrnljiva, potem sta obrnljivi tudi A^2 in A^{-1} .

(c) Kvadratna matrika, pri kateri je produkt diagonalnih elementov različen od 0 je obrnljiva.

(d) Kvadratna matrika, pri kateri je vsota lastnih vrednosti > 0 je obrnljiva.

(e) Kvadratna matrika, pri kateri je produkt lastnih vrednosti > 0 je obrnljiva.

2. Katere od spodnjih množic so vektorski podprostorji (za običajni operaciji seštevanja in množenja s skalarjem)? Zakaj?

(a) Ravnina, ki jo določajo vektorji oblike $\mathbf{x} = [x_1, -x_1, x_3]^T$

(b) Ravnina, ki jo določajo vektorji oblike $\mathbf{y} = [0, y_2, y_3]^T$

(c) Vsi polinomi $p(x) = ax^2 + bx + c$, za katere je $a = 2c$.

(d) Vektorji $\mathbf{z} = [z_1, z_2, z_3]^T$, za katere je $z_1 = 3z_3$

3. (a) P je matrika ortogonalne projekcije 2×2 , ki projecira na premico $x_1 = x_2$. Potem je tudi $I - P$ matrika ortogonalne projekcije. Kam projecira?

(b) P je matrika ortogonalne projekcije 3×3 , ki projecira na premico $x_1 = x_2 = x_3$. Potem je tudi $I - P$ matrika ortogonalne projekcije. Kam projecira?

4. Matrika A velikosti 3×3 ima lastne vrednosti $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$ in $\lambda_3 = 0$ ter pripadajoče lastne vektorje

$$\mathbf{x}_1 = [1, 2, 0]^T, \mathbf{x}_2 = [1, 0, 0]^T, \mathbf{x}_3 = [2, 1, -1]^T.$$

Zapiši matriko A !