

1. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vse  $n \in \mathbb{N}$  velja:

(a)  $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$ ,

(b)  $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}$ ,

(c)  $1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n = (n - 1) \cdot 2^{n+1} + 2$ ,

(d)  $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1$ .

2. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da je

$$n! < n^{n-1}$$

za vsako naravno število  $n \geq 3$ .

3. S pomočjo matematične indukcije dokaži:

(a) da je za vsako naravno število  $n$  izraz  $5^n + 2 \cdot 11^n$  deljiv s 3.

(b) da ima vsaka triangulacija konveksnega  $n$ -kotnika (brez dodatnih oglišč) natanko  $n - 2$  trikotnikov.

4. Zaporedje Fibonaccijevih števil  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  je definirano z začetnima členoma,  $f_0 = 0$ ,  $f_1 = 1$ , in rekurzivno zvezo  $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$  za  $n \geq 2$ . S pomočjo matematične indukcije dokaži:

(a) da je za vsako naravno število  $n$  Fibonaccijevo število  $f_{3n}$  sodo.

(b) da je za vsak  $n$  število  $f_{4n}$  deljivo s 3.

5. V danem izjavnem izrazu z oklepaji nakažite vrstni red računanja (glede na prednost izjavnih veznikov):

(a)  $\neg A \vee B \vee C \Leftrightarrow \neg B \Leftrightarrow A \wedge B$ ,

(b)  $A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow \neg A \Leftrightarrow \neg B$ ,

(c)  $\neg B \Leftrightarrow A \Rightarrow C \Rightarrow \neg B \wedge C \vee A$ .

6. Določi logične vrednosti enostavnih izjav  $p, q, r, s$ , nato pa še logične vrednosti iz njih dobljenih sestavljenih izjav  $A, B, C$ .

$p \equiv$  Resnične izjave imajo vrednost 0.

$q \equiv$  Obstaja izjavni veznik, ki je enomestni.

$r \equiv$  Izjavni veznik  $\wedge$  ima prednost pred izjavnim veznikom  $\vee$ .

$s \equiv$  Vsaka izjava je enostavna.

(a)  $A \equiv p \vee q \Rightarrow s \wedge r$ .

(b)  $B \equiv (p \Leftrightarrow s) \wedge (q \Rightarrow r)$ .

(c)  $C \equiv q \vee (\neg s \Leftrightarrow \neg r)$ .

7. Na Otoku vitezov in oprod imajo otočani naslednji lastnosti: vitezi vedno govorijo resnico, oprode pa vedno lažejo.

Obiskovalec na otoku sliši tak pogovor med štirimi prebivalci.

**Anže** : Vsi smo vitezi.

**Bine** : Anže je oproda, prav tako je oproda Cene ali Dare.

**Cene** : Natančno eden izmed Anžeta in Dareta je vitez.

**Dare** : Če je Bine vitez, sem jaz oproda.

Kdo je vitez in kdo oproda?