

Primer Gaussove eliminacije z enolično rešitvijo

Fakulteta za računalništvo in informatiko
Univerza v Ljubljani

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 0 & 0 & 3 \\ \mathbf{1} & 3 & 0 & 1 & 4 \\ \mathbf{-2} & -6 & 1 & -1 & -7 \\ \mathbf{2} & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ III + 2I \\ IV - 2I \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ III + 2I \\ IV - 2I \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ III + 2I \\ IV - 2I \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ \\ \\ // - 2I \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ // + 2I \\ \\ \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ \\ \\ // - 2I \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ // + 2I \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ \\ \\ IV - 2I \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III + 2II \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) IV - 2III \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ \\ \\ IV - 2I \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III + 2II \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) IV - 2III \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ \\ \\ IV - 2I \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III + 2II \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) IV - 2III \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 1w = 0 \implies w = 0;$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ \\ \\ IV - 2I \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III + 2II \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) IV - 2III \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 1w = 0 \implies w = 0;$$

$$III \quad z + w = 1 \implies z = 1$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgornjetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ \\ \\ IV - 2I \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III + 2II \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) IV - 2III \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 1w = 0 \implies w = 0;$$

$$III \quad z + w = 1 \implies z = 1$$

$$II \quad y + w = 1 \implies y = 1$$

Gaussova eliminacija: enolična rešitev

pivot: spravlja poddiagonalce na 0

poddiagonalni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

zgorjnetrikotna oblika

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & -6 & 1 & -1 & -7 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - I \\ \\ \\ IV - 2I \end{array} \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ III + 2II \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right) IV - 2III \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 1w = 0 \implies w = 0;$$

$$III \quad z + w = 1 \implies z = 1$$

$$II \quad y + w = 1 \implies y = 1$$

$$I \quad x + 2y = 3 \implies x = 1$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - IV \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - IV \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - IV \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - IV \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - IV \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) I - 2II \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - IV \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) I - 2II \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova-Jordanova eliminacija: alternativa vstavljanju

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - IV \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) I - 2II \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

I $x = 1$

II $y = 1$

III $z = 1$

IV $w = 0$