

Primer Gaussove eliminacije sistema z neskončno rešitvami

Fakulteta za računalništvo in informatiko
Univerza v Ljubljani

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odsotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 4 & 7 & 13 & 3 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ -3 & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odsotnost pivota

$$\left(\begin{array}{c|ccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odsotnost pivota

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ // - 2I \\ /// + I \\ IV + 3I \end{array}$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odsotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // -2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odsotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // -2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odsotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // -2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 5 & 3 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 2 & 2 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odsotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // -2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{3} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{2} & \mathbf{2} & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odsotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{3} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{2} & \mathbf{2} & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odsotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{3} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{2} & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -6 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odsotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // -2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{3} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{2} & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & -6 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odstotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{5} & 3 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{2} & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-4} & \mathbf{-3} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-8} & \mathbf{-6} \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odstotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{3} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{2} & \mathbf{2} & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-4} & \mathbf{-3} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-8} & \mathbf{-6} \end{array} \right) IV - 2III$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odstotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // - 2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{3} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{2} & \mathbf{2} & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-4} & \mathbf{-3} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-8} & \mathbf{-6} \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odstotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // -2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{3} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{2} & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-4} & \mathbf{-3} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-8} & \mathbf{-6} \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 0 = 0$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odstotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // -2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{3} \\ 0 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-4} & \mathbf{-3} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-8} & \mathbf{-6} \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 0 = 0$$

$$III \quad -4w = -3 \implies w = 3/4$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odstotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // -2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{3} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{2} & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-4} & \mathbf{-3} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-8} & \mathbf{-6} \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 0 = 0$$

$$III \quad -4w = -3 \implies w = 3/4$$

$$II \quad z + 5w = 3 \implies z = -3/4$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odstotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // -2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{3} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{2} & \mathbf{2} & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-4} & \mathbf{-3} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-8} & \mathbf{-6} \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 0 = 0$$

$$III \quad -4w = -3 \implies w = 3/4$$

$$II \quad z + 5w = 3 \implies z = -3/4$$

$$I \quad x + 2y + 3z + 4w = 0 \implies x = -21/4 - 2y$$

Gaussova eliminacija: sistem z neskončno rešitvami

pivot

podpivotni element

že urejeno območje: ne spreminjamo več

odsotnost pivota

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 2 & 3 & 4 & 0 \\ \mathbf{2} & 4 & 7 & 13 & 3 \\ \mathbf{-1} & -2 & -2 & -3 & 0 \\ \mathbf{-3} & -6 & -7 & -10 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} // -2I \\ III + I \\ IV + 3I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{3} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{2} & \mathbf{2} & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ III - II \\ IV - 2II \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-4} & \mathbf{-3} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{-8} & \mathbf{-6} \end{array} \right) IV - 2III$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$IV \quad 0 = 0$$

$$III \quad -4w = -3 \implies w = 3/4$$

$$II \quad z + 5w = 3 \implies z = -3/4$$

$$I \quad x + 2y + 3z + 4w = 0 \implies x = -21/4 - 2y$$

stolpec y nima pivota

na y ni pogoja

y poljubna: $y \in \mathbb{R}$