

1. Dani sta preslikavi $f, g: \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 3 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 6 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- (a) Ali sta bijektivni?
(b) Določi $g \circ f$.
(c) Določi $h: \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, za katero bo $f \circ h = g$.
2. Preslikava $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ je določena z $f(0) = 1$, za $n + 1 \geq 1$ pa s predpisom

$$f(n + 1) = \begin{cases} 6 - f(n), & f(n) \geq 5 \\ f(n)^2 + 1, & \text{sicer} \end{cases}$$

- (a) Poišči $f(6)$.
(b) Poišči zalogo vrednosti preslikave f .
(c) Ali je preslikava f injektivna? Kaj pa surjektivna?
3. Dana je preslikava $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ s predpisom $f(x, y) = 2xy - 3x$.
- (a) Ali je preslikava f injektivna?
(b) Ali je f surjektivna? Ali je bijektivna?
(c) Poišči vse pare števil (x, y) , za katere velja $f(x, y) = 1$.
(d) Poišči vse pare števil (x, y) , za katere velja $f(x, y) = 0$.
(e) Poišči takšno preslikavo $h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, da bo veljala enakost $f \circ h = \text{id}_{\mathbb{Z}}$.
4. Preslikavi $f, g: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ sta dani tako:

$$f(x, y) = (x + y, x - y), \quad g(x, y) = (x + y, y).$$

- (a) Poišči $f(4, 2)$ in $g(4, 2)$.
(b) Poišči vse $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, za katere je $f(a, b) = (5, 2)$ in vse $(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, za katere je $g(c, d) = (6, 2)$.
(c) Ali je f surjektivna? Ali je g injektivna?
(d) Zapiši predpis za $f \circ f$.
(e) Poišči preslikavo $h: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, za katero velja $g \circ h = f$.

5. Naj bo $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ dana z $f(0) = 0$, za $n \geq 1$ pa z opisom

$$f(n) = \text{število deliteljev števila } n.$$

Ali je f injektivna, surjektivna? Koliko rešitev $k \in \mathbb{N}$ ima enačba $f(k) = 5$?

6. (a) Poišči vsaj eno preslikavo $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, ki je surjektivna, ni pa injektivna.
- (b) Poišči vsaj eno preslikavo $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, ki je injektivna, ni surjektivna in ima v zalogi vrednosti samo števila, ki so tuja 6.
- (c) Poišči vsaj eno preslikavo $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, ki je bijektivna in zanjo velja, da je razlika $|h(n) - n|$ *poljubno velika*.
(To pomeni, da *ne obstaja* naravno število M , pri katerem je za vsak argument $n \in \mathbb{N}$ razlika $|h(n) - n| \leq M$.)